

Согласовано:  
29 августа 2022 г.  
Заместитель директора по УВР  
\_\_\_\_\_ С.А. Калдарь

Принято на заседании  
Педагогического совета № 1  
МАОУ «СОШ №46»  
30 августа 2022 г.

Утверждено:  
Приказ № 69  
30 августа 2022 г.

\_\_\_\_\_ О. А. Пушкарева

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

**по МАТЕМАТИКЕ:**

**АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА, ГЕОМЕТРИЯ**

**10-11 класс**

**Базовый уровень**

Составители: Макарова Ольга Вячеславовна, учитель математики  
Ахмарова Расима Мукминовна, учитель математики

2022 – 2023 учебный год

г. Ижевск

## **Пояснительная записка**

Рабочая программа по математике: алгебре и началам математического анализа, геометрии в 10-11 классах составлена на основе Федерального закона "Об образовании в Российской Федерации" от 29.12.2012 № 273-ФЗ, Образовательной программы среднего общего образования, Положения о рабочей программе МАОУ «СОШ № 46».

Рабочая программа разработана на основе учебно-методического комплекта Алгебра и начала математического анализа. 10-11 класс. С.М. Никольский и др., издательство «Просвещение», 2018; Геометрия 10 – 11. Л.С.Атанасян и др., издательство «Просвещение», 2018.

### ***Цели и задачи***

Изучение математики на базовом уровне среднего (полного) общего образования направлено на достижение следующих целей.

- формирование представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, об идеях и методах математики;
- развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, а также последующего обучения в высшей школе;
- овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для изучения школьных естественнонаучных дисциплин на базовом уровне, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;
- воспитание средствами математики культуры личности, понимания значимости математики для научно-технического прогресса, отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей.

### ***Планируемые результаты***

**Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к себе, к своему здоровью, к познанию себя:**

- ориентация обучающихся на достижение личного счастья, реализацию позитивных жизненных перспектив, инициативность, креативность, готовность и способность к личностному самоопределению, способность ставить цели и строить жизненные планы;
- готовность и способность обеспечить себе и своим близким достойную жизнь в процессе самостоятельной, творческой и ответственной деятельности;
- готовность и способность обучающихся к отстаиванию личного достоинства, собственного мнения, готовность и способность вырабатывать собственную позицию по отношению к общественно-политическим событиям прошлого и настоящего на основе осознания и осмысления истории, духовных ценностей и достижений нашей страны;
- готовность и способность обучающихся к саморазвитию и самовоспитанию в соответствии с общечеловеческими ценностями и идеалами гражданского общества;
- принятие и реализация ценностей здорового и безопасного образа жизни, бережное, ответственное и компетентное отношение к собственному физическому и психологическому здоровью;

### **Личностные результаты в сфере отношений обучающихся с окружающими людьми:**

- нравственное сознание и поведение на основе усвоения общечеловеческих ценностей, толерантного сознания и поведения в поликультурном мире, готовности и способности вести диалог с другими людьми, достигать в нем взаимопонимания, находить общие цели и сотрудничать для их достижения;
- принятие гуманистических ценностей, осознанное, уважительное и доброжелательное отношение к другому человеку, его мнению, мировоззрению;
- способность к сопереживанию и формирование позитивного отношения к людям, в том числе к лицам с ограниченными возможностями здоровья и инвалидам; бережное, ответственное и компетентное отношение к физическому и психологическому здоровью других людей, умение оказывать первую помощь;
- формирование выраженной в поведении нравственной позиции, в том числе способности к сознательному выбору добра, нравственного сознания и поведения на основе усвоения общечеловеческих ценностей и нравственных чувств (чести, долга, справедливости, милосердия и дружелюбия);
- развитие компетенций сотрудничества со сверстниками, детьми младшего возраста, взрослыми в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности.

### **Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к окружающему миру, живой природе, художественной культуре:**

- мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки, значимости науки, готовность к научно-техническому творчеству, владение достоверной информацией о передовых достижениях и открытиях мировой и отечественной науки, заинтересованность в научных знаниях об устройстве мира и общества;
- готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;
- экологическая культура, бережное отношения к родной земле, природным богатствам России и мира; понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, ответственность за состояние природных ресурсов; умения и навыки разумного природопользования, нетерпимое отношение к действиям, приносящим вред экологии; приобретение опыта эколого-направленной деятельности;
- эстетическое отношения к миру, готовность к эстетическому обустройству собственного быта.

### **Личностные результаты в сфере отношения обучающихся к труду, в сфере социально-экономических отношений:**

- уважение ко всем формам собственности, готовность к защите своей собственности,
- осознанный выбор будущей профессии как путь и способ реализации собственных жизненных планов;
- готовность обучающихся к трудовой профессиональной деятельности как к возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;

- потребность трудиться, уважение к труду и людям труда, трудовым достижениям, добросовестное, ответственное и творческое отношение к разным видам трудовой деятельности;
- готовность к самообслуживанию, включая обучение и выполнение домашних обязанностей.

### **Личностные результаты в сфере физического, психологического, социального и академического благополучия обучающихся:**

- физическое, эмоционально-психологическое, социальное благополучие обучающихся в жизни образовательной организации, ощущение детьми безопасности и психологического комфорта, информационной безопасности.

### **Планируемые метапредметные результаты освоения ООП**

Метапредметные результаты освоения основной образовательной программы представлены тремя группами универсальных учебных действий (УУД).

#### **1. Регулятивные универсальные учебные действия**

Выпускник научится:

самостоятельно определять цели, задавать параметры и критерии, по которым можно определить, что цель достигнута;

- оценивать возможные последствия достижения поставленной цели в деятельности, собственной жизни и жизни окружающих людей, основываясь на соображениях этики и морали;

- ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;

- оценивать ресурсы, в том числе время и другие нематериальные ресурсы, необходимые для достижения поставленной цели;

- выбирать путь достижения цели, планировать решение поставленных задач, оптимизируя материальные и нематериальные затраты;

- организовывать эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели;

- сопоставлять полученный результат деятельности с поставленной заранее целью.

#### **2. Познавательные универсальные учебные действия**

Выпускник научится:

- искать и находить обобщенные способы решения задач, в том числе, осуществлять развернутый информационный поиск и ставить на его основе новые (учебные и познавательные) задачи;

- критически оценивать и интерпретировать информацию с разных позиций, распознавать и фиксировать противоречия в информационных источниках;

- использовать различные модельно-схематические средства для представления существенных связей и отношений, а также противоречий, выявленных в информационных источниках;

- находить и приводить критические аргументы в отношении действий и суждений другого; спокойно и разумно относиться к критическим замечаниям в отношении собственного суждения, рассматривать их как ресурс собственного развития;

- выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия;

- выстраивать индивидуальную образовательную траекторию, учитывая ограничения со стороны других участников и ресурсные ограничения;
- менять и удерживать разные позиции в познавательной деятельности.

### 3. Коммуникативные универсальные учебные действия

Выпускник научится:

осуществлять деловую коммуникацию как со сверстниками, так и со взрослыми (как внутри образовательной организации, так и за ее пределами), подбирать партнеров для деловой коммуникации исходя из соображений результативности взаимодействия, а не личных симпатий;

при осуществлении групповой работы быть как руководителем, так и членом команды в разных ролях (генератор идей, критик, исполнитель, выступающий, эксперт и т.д.);

- координировать и выполнять работу в условиях реального, виртуального и комбинированного взаимодействия;

- развернуто, логично и точно излагать свою точку зрения с использованием адекватных (устных и письменных) языковых средств;

- распознавать конфликтогенные ситуации и предотвращать конфликты до их активной фазы, выстраивать деловую и образовательную коммуникацию, избегая личностных оценочных суждений.

#### Предметные результаты освоения ООП

*Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия*

	<b>Базовый уровень</b> <b>«Проблемно-функциональные результаты»</b>	
<b>Раздел</b>	<b>Выпускник научится</b>	<b>Выпускник получит возможность научиться</b>
<b>Цели освоения предмета</b>	Для использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, не связанным с прикладным использованием математики	<i>Для развития мышления, использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, не связанным с прикладным использованием математики</i>
	<b>Требования к результатам</b>	
<b>Элементы теории множеств и математической логики</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Оперировать на базовом уровне понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение и объединение множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал;</li> <li>– оперировать на базовом уровне понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Оперировать понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение и объединение множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал, полуинтервал, промежуток с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости;</i></li> <li>– <i>оперировать понятиями:</i></li> </ul>

	<p>утверждения, контрпример;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– находить пересечение и объединение двух множеств, представленных графически на числовой прямой;</li> <li>– строить на числовой прямой подмножество числового множества, заданное простейшими условиями;</li> <li>– распознавать ложные утверждения, ошибки в рассуждениях, в том числе с использованием контрпримеров.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– использовать числовые множества на координатной прямой для описания реальных процессов и явлений;</li> <li>– проводить логические рассуждения в ситуациях повседневной жизни</li> </ul>	<p><i>утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– проверять принадлежность элемента множеству;</li> <li>– находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости;</li> <li>– проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений;</li> <li>– проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов</li> </ul>
<p><b>Числа и выражения</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Оперировать на базовом уровне понятиями: целое число, делимость чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, рациональное число, приближённое значение числа, часть, доля, отношение, процент, повышение и понижение на заданное число процентов, масштаб;</li> <li>– оперировать на базовом уровне понятиями: логарифм числа, тригонометрическая окружность, градусная мера угла, величина угла, заданного точкой на тригонометрической окружности,</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Свободно оперировать понятиями: целое число, делимость чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, рациональное число, приближённое значение числа, часть, доля, отношение, процент, повышение и понижение на заданное число процентов, масштаб;</li> <li>– приводить примеры чисел с заданными свойствами делимости;</li> <li>– оперировать понятиями: логарифм числа, тригонометрическая</li> </ul>

	<p>синус, косинус, тангенс и котангенс углов, имеющих произвольную величину;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– выполнять арифметические действия с целыми и рациональными числами;</li> <li>– выполнять несложные преобразования числовых выражений, содержащих степени чисел, либо корни из чисел, либо логарифмы чисел;</li> <li>– сравнивать рациональные числа между собой;</li> <li>– оценивать и сравнивать с рациональными числами значения целых степеней чисел, корней натуральной степени из чисел, логарифмов чисел в простых случаях;</li> <li>– изображать точками на числовой прямой целые и рациональные числа;</li> <li>– изображать точками на числовой прямой целые степени чисел, корни натуральной степени из чисел, логарифмы чисел в простых случаях;</li> <li>– выполнять несложные преобразования целых и дробно-рациональных буквенных выражений;</li> <li>– выражать в простейших случаях из равенства одну переменную через другие;</li> <li>– вычислять в простых случаях значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;</li> <li>– изображать схематически угол, величина которого выражена в градусах;</li> <li>– оценивать знаки синуса, косинуса, тангенса, котангенса конкретных</li> </ul>	<p><i>окружность, радианная и градусная мера угла, величина угла, заданного точкой на тригонометрической окружности, синус, косинус, тангенс и котангенс углов, имеющих произвольную величину, числа <math>e</math> и <math>\pi</math>;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применяя при необходимости вычислительные устройства;</i></li> <li>– <i>находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства;</i></li> <li>– <i>пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;</i></li> <li>– <i>проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, корни, логарифмы и тригонометрические функции;</i></li> <li>– <i>находить значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;</i></li> <li>– <i>изображать схематически угол, величина которого выражена в градусах или радианах;</i></li> <li>– <i>использовать при решении задач табличные значения тригонометрических функций углов;</i></li> <li>– <i>выполнять перевод величины угла из радианной меры в градусную и обратно.</i></li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении</i></p>
--	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	<p>углов.</p> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– выполнять вычисления при решении задач практического характера;</li> <li>– выполнять практические расчеты с использованием при необходимости справочных материалов и вычислительных устройств;</li> <li>– соотносить реальные величины, характеристики объектов окружающего мира с их конкретными числовыми значениями;</li> <li>– использовать методы округления, приближения и прикидки при решении практических задач повседневной жизни</li> </ul>	<p><i>других учебных предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– выполнять действия с числовыми данными при решении задач практического характера и задач из различных областей знаний, используя при необходимости справочные материалы и вычислительные устройства;</li> <li>– оценивать, сравнивать и использовать при решении практических задач числовые значения реальных величин, конкретные числовые характеристики объектов окружающего мира</li> </ul>
<p><b>Уравнения и неравенства</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Решать линейные уравнения и неравенства, квадратные уравнения;</li> <li>– решать логарифмические уравнения вида <math>\log_a (bx + c) = d</math> и простейшие неравенства вида <math>\log_a x &lt; d</math>;</li> <li>– решать показательные уравнения, вида <math>a^{bx+c} = d</math> (где <math>d</math> можно представить в виде степени с основанием <math>a</math>) и простейшие неравенства вида <math>a^x &lt; d</math> (где <math>d</math> можно представить в виде степени с основанием <math>a</math>);</li> <li>– приводить несколько примеров корней простейшего тригонометрического уравнения вида: <math>\sin x = a</math>, <math>\cos x = a</math>, <math>\operatorname{tg} x = a</math>, <math>\operatorname{ctg} x = a</math>, где <math>a</math> – табличное значение соответствующей тригонометрической функции.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, простейшие иррациональные и тригонометрические уравнения, неравенства и их системы;</li> <li>– использовать методы решения уравнений: приведение к виду «произведение равно нулю» или «частное равно нулю», замена переменных;</li> <li>– использовать метод интервалов для решения неравенств;</li> <li>– использовать графический метод для приближенного решения уравнений и неравенств;</li> <li>– изображать на тригонометрической окружности множество решений простейших тригонометрических уравнений и неравенств;</li> </ul>



	<p><i>других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– составлять и решать уравнения и системы уравнений при решении несложных практических задач</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– выполнять отбор корней уравнений или решений неравенств в соответствии с дополнительными условиями и ограничениями.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– составлять и решать уравнения, системы уравнений и неравенства при решении задач других учебных предметов;</li> <li>– использовать уравнения и неравенства для построения и исследования простейших математических моделей реальных ситуаций или прикладных задач;</li> <li>– уметь интерпретировать полученный при решении уравнения, неравенства или системы результат, оценивать его правдоподобие в контексте заданной реальной ситуации или прикладной задачи</li> </ul>
<p><b>Функции</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Оперировать на базовом уровне понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период;</li> <li>– оперировать на базовом уровне понятиями: прямая и обратная пропорциональность линейная, квадратичная, логарифмическая и показательная функции,</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Оперировать понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, четная и нечетная функции;</li> <li>– оперировать понятиями: прямая и обратная пропорциональность, линейная, квадратичная,</li> </ul>

	<p>тригонометрические функции;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– распознавать графики элементарных функций: прямой и обратной пропорциональности, линейной, квадратичной, логарифмической и показательной функций, тригонометрических функций;</li> <li>– соотносить графики элементарных функций: прямой и обратной пропорциональности, линейной, квадратичной, логарифмической и показательной функций, тригонометрических функций с формулами, которыми они заданы;</li> <li>– находить по графику приближённо значения функции в заданных точках;</li> <li>– определять по графику свойства функции (нули, промежутки знакопостоянства, промежутки монотонности, наибольшие и наименьшие значения и т.п.);</li> <li>– строить эскиз графика функции, удовлетворяющей приведенному набору условий (промежутки возрастания / убывания, значение функции в заданной точке, точки экстремумов и т.д.).</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– определять по графикам свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания, промежутки знакопостоянства и т.п.);</li> <li>– интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации</li> </ul>	<p>логарифмическая и показательная функции, тригонометрические функции;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;</li> <li>– строить графики изученных функций;</li> <li>– описывать по графику и в простейших случаях по формуле поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения;</li> <li>– строить эскиз графика функции, удовлетворяющей приведенному набору условий (промежутки возрастания/убывания, значение функции в заданной точке, точки экстремумов, асимптоты, нули функции и т.д.);</li> <li>– решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания функции, промежутки знакопостоянства, асимптоты, период и т.п.);</li> <li>– интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;</li> <li>– определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в</li> </ul>
--	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

		биологии, экономике, музыке, радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.)
<b>Элементы математического анализа</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Оперировать на базовом уровне понятиями: производная функции в точке, касательная к графику функции, производная функции;</li> <li>– определять значение производной функции в точке по изображению касательной к графику, проведенной в этой точке;</li> <li>– решать несложные задачи на применение связи между промежутками монотонности и точками экстремума функции, с одной стороны, и промежутками знакопостоянства и нулями производной этой функции – с другой.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– пользуясь графиками, сравнивать скорости возрастания (роста, повышения, увеличения и т.п.) или скорости убывания (падения, снижения, уменьшения и т.п.) величин в реальных процессах;</li> <li>– соотносить графики реальных процессов и зависимостей с их описаниями, включающими характеристики скорости изменения (быстрый рост, плавное понижение и т.п.);</li> <li>– использовать графики реальных процессов для решения несложных прикладных задач, в том числе определяя по графику скорость хода процесса</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Оперировать понятиями: производная функции в точке, касательная к графику функции, производная функции;</li> <li>– вычислять производную одночлена, многочлена, квадратного корня, производную суммы функций;</li> <li>– вычислять производные элементарных функций и их комбинаций, используя справочные материалы;</li> <li>– исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики многочленов и простейших рациональных функций с использованием аппарата математического анализа.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик реальных процессов, нахождением наибольших и наименьших значений, скорости и ускорения и т.п.;</li> <li>– интерпретировать полученные результаты</li> </ul>
<b>Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Оперировать на базовом уровне основными описательными характеристиками числового набора: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин;</li> </ul>

<p><b>рика</b></p>	<p>наименьшее значения;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– оперировать на базовом уровне понятиями: частота и вероятность события, случайный выбор, опыты с равновероятными элементарными событиями;</li> <li>– вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– оценивать и сравнивать в простых случаях вероятности событий в реальной жизни;</li> <li>– читать, сопоставлять, сравнивать, интерпретировать в простых случаях реальные данные, представленные в виде таблиц, диаграмм, графиков</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин;</li> <li>– иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределенных случайных величин;</li> <li>– понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей;</li> <li>– иметь представление об условной вероятности и о полной вероятности, применять их в решении задач;</li> <li>– иметь представление о важных частных видах распределений и применять их в решении задач;</li> <li>– иметь представление о корреляции случайных величин, о линейной регрессии.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни;</li> <li>– выбирать подходящие методы представления и обработки данных;</li> <li>– уметь решать несложные задачи на применение закона больших чисел в социологии, страховании, здравоохранении, обеспечении безопасности населения в чрезвычайных ситуациях</li> </ul>
<p><b>Текстовые задачи</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Решать несложные текстовые задачи разных типов;</li> <li>– анализировать условие задачи, при необходимости строить для ее решения математическую модель;</li> <li>– понимать и использовать для решения задачи информацию, представленную в виде текстовой</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Решать задачи разных типов, в том числе задачи повышенной трудности;</li> <li>– выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы;</li> <li>– строить модель решения задачи, проводить доказательные</li> </ul>

	<p>и символической записи, схем, таблиц, диаграмм, графиков, рисунков;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– действовать по алгоритму, содержащемуся в условии задачи;</li> <li>– использовать логические рассуждения при решении задачи;</li> <li>– работать с избыточными условиями, выбирая из всей информации, данные, необходимые для решения задачи;</li> <li>– осуществлять несложный перебор возможных решений, выбирая из них оптимальное по критериям, сформулированным в условии;</li> <li>– анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;</li> <li>– решать задачи на расчет стоимости покупок, услуг, поездок и т.п.;</li> <li>– решать несложные задачи, связанные с долевым участием во владении фирмой, предприятием, недвижимостью;</li> <li>– решать задачи на простые проценты (системы скидок, комиссии) и на вычисление сложных процентов в различных схемах вкладов, кредитов и ипотек;</li> <li>– решать практические задачи, требующие использования отрицательных чисел: на определение температуры, на определение положения на временной оси (до нашей эры и после), на движение денежных средств (приход/расход), на определение глубины/высоты и т.п.;</li> <li>– использовать понятие масштаба для нахождения расстояний и длин на картах, планах местности, планах помещений, выкройках,</li> </ul>	<p><i>рассуждения;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата;</i></li> <li>– <i>анализировать и интерпретировать результаты в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;</i></li> <li>– <i>переводить при решении задачи информацию из одной формы в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы;</i></li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>решать практические задачи и задачи из других предметов</i></li> </ul>
--	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	<p>при работе на компьютере и т.п.</p> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– решать несложные практические задачи, возникающие в ситуациях повседневной жизни</li> </ul>	
<b>Геометрия</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Оперировать на базовом уровне понятиями: точка, прямая, плоскость в пространстве, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей;</li> <li>– распознавать основные виды многогранников (призма, пирамида, прямоугольный параллелепипед, куб);</li> <li>– изображать изучаемые фигуры от руки и с применением простых чертежных инструментов;</li> <li>– делать (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объемных фигур: вид сверху, сбоку, снизу;</li> <li>– извлекать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках;</li> <li>– применять теорему Пифагора при вычислении элементов стереометрических фигур;</li> <li>– находить объемы и площади поверхностей простейших многогранников с применением формул;</li> <li>– распознавать основные виды тел вращения (конус, цилиндр, сфера и шар);</li> <li>– находить объемы и площади поверхностей простейших многогранников и тел вращения с применением формул.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость в пространстве, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей;</li> <li>– применять для решения задач геометрические факты, если условия применения заданы в явной форме;</li> <li>– решать задачи нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам;</li> <li>– делать (выносные) плоские чертежи из рисунков объемных фигур, в том числе рисовать вид сверху, сбоку, строить сечения многогранников;</li> <li>– извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах;</li> <li>– применять геометрические факты для решения задач, в том числе предполагающих несколько шагов решения;</li> <li>– описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве;</li> <li>– формулировать свойства и признаки фигур;</li> <li>– доказывать геометрические утверждения;</li> <li>– владеть стандартной классификацией пространственных фигур (пирамиды, призмы, параллелепипеды);</li> <li>– находить объемы и площади</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– соотносить абстрактные геометрические понятия и факты с реальными жизненными объектами и ситуациями;</li> <li>– использовать свойства пространственных геометрических фигур для решения типовых задач практического содержания;</li> <li>– соотносить площади поверхностей тел одинаковой формы различного размера;</li> <li>– соотносить объемы сосудов одинаковой формы различного размера;</li> <li>– оценивать форму правильного многогранника после спилов, срезов и т.п. (определять количество вершин, ребер и граней полученных многогранников)</li> </ul>	<p><i>поверхностей геометрических тел с применением формул;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>вычислять расстояния и углы в пространстве.</i></li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>использовать свойства геометрических фигур для решения задач практического характера и задач из других областей знаний</i></li> </ul>
<p><b><i>Векторы и координаты в пространстве</i></b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Оперировать на базовом уровне понятием декартовы координаты в пространстве;</li> <li>– находить координаты вершин куба и прямоугольного параллелепипеда</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Оперировать понятиями декартовы координаты в пространстве, вектор, модуль вектора, равенство векторов, координаты вектора, угол между векторами, скалярное произведение векторов, коллинеарные векторы;</i></li> <li>– <i>находить расстояние между двумя точками, сумму векторов и произведение вектора на число, угол между векторами, скалярное произведение, раскладывать вектор по двум неколлинеарным векторам;</i></li> <li>– <i>задавать плоскость уравнением в декартовой системе координат;</i></li> <li>– <i>решать простейшие задачи введением векторного базиса</i></li> </ul>
<p><b><i>История математики</i></b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Описывать отдельные выдающиеся результаты, полученные в ходе развития математики как науки;</li> <li>– знать примеры математических открытий и их авторов в связи с отечественной и всемирной</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Представлять вклад выдающихся математиков в развитие математики и иных научных областей;</i></li> <li>– <i>понимать роль математики в развитии России</i></li> </ul>

	историей; – понимать роль математики в развитии России	
<b>Методы математики</b>	– Применять известные методы при решении стандартных математических задач; – замечать и характеризовать математические закономерности в окружающей действительности; – приводить примеры математических закономерностей в природе, в том числе характеризующих красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства	– <i>Использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение;</i> – <i>применять основные методы решения математических задач;</i> – <i>на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства;</i> – <i>применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач</i>

### **Содержание учебного предмета**

#### **Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия**

В соответствии с принятой Концепцией развития математического образования в Российской Федерации, математическое образование решает, в частности, следующие ключевые задачи:

- «предоставлять каждому обучающемуся возможность достижения уровня математических знаний, необходимого для дальнейшей успешной жизни в обществе»;
- «обеспечивать необходимое стране число выпускников, математическая подготовка которых достаточна для продолжения образования в различных направлениях и для практической деятельности, включая преподавание математики, математические исследования, работу в сфере информационных технологий и др.»;
- «в основном общем и среднем общем образовании необходимо предусмотреть подготовку обучающихся в соответствии с их запросами к уровню подготовки в сфере математического образования».

Соответственно, выделяются три направления требований к результатам математического образования:

- 1) практико-ориентированное математическое образование (математика для жизни);
- 2) математика для использования в профессии;
- 3) творческое направление, на которое нацелены те обучающиеся, которые планируют заниматься творческой и исследовательской работой в области математики, физики, экономики и других областях.

Эти направления реализуются в двух блоках требований к результатам математического образования. На базовом уровне:



– Выпускник **научится** в 10–11-м классах: для использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, не связанным с прикладным использованием математики.

– Выпускник **получит возможность научиться** в 10–11-м классах: для развития мышления, использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, не связанным с прикладным использованием математики. В соответствии с Федеральным законом «Об образовании в РФ» (ст. 12 п. 7) организации, осуществляющие образовательную деятельность, реализуют эти требования в образовательном процессе с учетом настоящей основной образовательной программы как на основе учебно-методических комплектов соответствующего уровня, входящих в Федеральный перечень Министерства образования и науки Российской Федерации, так и с возможным использованием иных источников учебной информации (учебно-методические пособия, образовательные порталы и сайты и др.) Цели освоения программы базового уровня – обеспечение возможности использования математических знаний и умений в повседневной жизни и возможности успешного продолжения образования по специальностям, не связанным с прикладным использованием математики. Внутри этого уровня выделяются две различные программы: *компенсирующая базовая* и *основная базовая*. Компенсирующая базовая программа содержит расширенный блок повторения и предназначена для тех, кто по различным причинам после окончания основной школы не имеет достаточной подготовки для успешного освоения разделов алгебры и начал математического анализа, геометрии, статистики и теории вероятностей по программе средней (полной) общеобразовательной школы.

Программа по математике на базовом уровне предназначена для обучающихся средней школы, не испытывавших серьезных затруднений напредыдущего уровня обучения. Обучающиеся, осуществляющие обучение на базовом уровне, должны освоить общие математические умения, необходимые для жизни в современном обществе; вместе с тем они получают возможность изучить предмет глубже, с тем чтобы в дальнейшем при необходимости изучать математику для профессионального применения.

Программы содержат сравнительно новый для российской школы раздел «Вероятность и статистика». К этому разделу относятся также сведения из логики, комбинаторики и теории графов, значительно варьирующиеся в зависимости от типа программы.

Во всех программах большое внимание уделяется практико-ориентированным задачам. Одна из основных целей, которую разработчики ставили перед собой, – создать программы, где есть место применению математических знаний в жизни.

При изучении математики большое внимание уделяется развитию коммуникативных умений (формулировать, аргументировать и критиковать), формированию основ логического мышления в части проверки истинности и ложности утверждений, построения примеров и контрпримеров, цепочек утверждений, формулировки отрицаний, а также необходимых и достаточных условий. В зависимости от уровня программы больше или меньше внимания уделяется умению работать по алгоритму, методам поиска алгоритма и определению границ применимости алгоритмов. Требования, сформулированные в разделе «Геометрия», в большей степени относятся к развитию пространственных представлений и графических методов, чем к формальному описанию стереометрических фактов.

## Базовый уровень

### Компенсирующая базовая программа

#### Алгебра и начала математического анализа

Натуральные числа, запись, разрядные слагаемые, арифметические действия. Числа десятичная система счисления. Натуральные числа, делимость, признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 9, 10. Разложение числа на множители. Остатки. Решение арифметических задач практического содержания. Целые числа. Модуль числа и его свойства. Части и доли. Дроби и действия с дробями. Округление, приближение. Решение практических задач на прикидку и оценку.

Проценты. Решение задач практического содержания на части и проценты. Степень с натуральным и целым показателем. Свойства степеней. Стандартный вид числа.

Алгебраические выражения. Значение алгебраического выражения.

Квадратный корень. Изображение числа на числовой прямой. Приближенное значение иррациональных чисел.

*Понятие многочлена. Разложение многочлена на множители, Уравнение, корень уравнения. Линейные, квадратные уравнения и системы линейных уравнений.*

Решение простейших задач на движение, совместную работу, проценты. Числовые неравенства и их свойства. Линейные неравенства с одной переменной и их системы. Числовые промежутки. Объединение и пересечение промежутков.

Зависимость величин, функция, аргумент и значение, основные свойства функций. График функции. Линейная функция. Ее график. Угловой коэффициент прямой.

*Квадратичная функция. График и свойства квадратичной функции. График функции  $y = \sqrt{x}$ .*

*График функции  $y = \frac{k}{x}$ .*

Нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность (возрастание или убывание) на числовом промежутке. Наибольшее и наименьшее значение функции. Периодические функции и наименьший период.

Градусная мера угла. Тригонометрическая окружность. Определение синуса, косинуса, тангенса произвольного угла. Основное тригонометрическое тождество. Значения тригонометрических функций для углов  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$ .

*Графики тригонометрических функций  $y = \cos x$ ,  $y = \sin x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ .*

Решение простейших тригонометрических уравнений с помощью тригонометрической окружности.

*Понятие степени с действительным показателем. Простейшие показательные уравнения и неравенства. Показательная функция и ее график.*

Логарифм числа, основные свойства логарифма. Десятичный логарифм. Простейшие логарифмические уравнения и неравенства. Логарифмическая функция и ее график.

Понятие степенной функции и ее график. Простейшие иррациональные уравнения.

Касательная к графику функции. Понятие производной функции в точке как тангенс угла наклона касательной. Геометрический и физический смысл производной. *Производные многочленов.*

Точки экстремума (максимума и минимума). *Исследование элементарных функций на точки экстремума с помощью производной. Наглядная интерпретация.*

*Понятие первообразной функции. Физический смысл первообразной. Понятие об интеграле как площади под графиком функции.*

## **Геометрия**

Фигуры на плоскости и в пространстве. Длина и площадь. Периметры и площади фигур. Параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей.

Треугольники. Виды треугольников: остроугольные, тупоугольные, прямоугольные. Катет против угла в 30 градусов. Внешний угол треугольника.

Биссектриса, медиана и высота треугольника. Равенство треугольников.

Решение задач на клетчатой бумаге.

Равнобедренный треугольник, равносторонний треугольник. Свойства равнобедренного треугольника.

Соотношения между сторонами и углами в прямоугольном треугольнике.

Тригонометрические функции углов в прямоугольном треугольнике. Теорема Пифагора.

Применение теорем синусов и косинусов.

Четырехугольники: параллелограмм, ромб, прямоугольник, квадрат, трапеция и их свойства.

Средняя линия треугольника и трапеции.

*Выпуклые и невыпуклые фигуры.* Периметр многоугольника. Правильный многоугольник.

Углы на плоскости и в пространстве. Вертикальные и смежные углы.

Сумма внутренних углов треугольника и четырехугольника.

Соотношения в квадрате и равностороннем треугольнике.

Диагонали многоугольника.

Подобные треугольники в простейших случаях.

Формулы площади прямоугольника, треугольника, ромба, трапеции.

Окружность и круг. Радиус и диаметр. Длина окружности и площадь круга. Число  $\pi$ .

Вписанный угол, в частности угол, опирающийся на диаметр. Касательная к окружности и ее свойство.

Куб. Соотношения в кубе.

Тетраэдр, правильный тетраэдр.

Правильная пирамида и призма. Прямая призма.

*Изображение некоторых многогранников на плоскости.*

Прямоугольный параллелепипед. *Теорема Пифагора в пространстве.*

Задачи на вычисление расстояний в пространстве с помощью теоремы Пифагора.

*Развертка прямоугольного параллелепипеда.*

Конус, цилиндр, шар и сфера.

*Проекция фигур на плоскость. Изображение цилиндра, конуса и сферы на плоскости.*

*Понятие об объемах тел.* Использование для решения задач на нахождение геометрических величин формул объема призмы, цилиндра, пирамиды, конуса, шара.

*Понятие о подобии на плоскости и в пространстве.* Отношение площадей и объемов подобных фигур.

## **Вероятность и статистика. Логика и комбинаторика**

Логика. Верные и неверные утверждения. Следствие. *Контрпример.*

*Множество.* Перебор вариантов.

Таблицы. Столбчатые и круговые диаграммы.

Числовые наборы. Среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения. *Примеры изменчивых величин.*

Частота и вероятность события. Случайный выбор. Вычисление вероятностей событий в опытах с равновероятными элементарными событиями.

*Независимые события. Формула сложения вероятностей.*

*Примеры случайных величин. Равномерное распределение. Примеры нормального распределения в природе. Понятие о законе больших чисел.*

## **Основная базовая программа**

### **Алгебра и начала анализа**

Повторение. Решение задач с использованием свойств чисел и систем счисления, делимости, долей и частей, процентов, модулей чисел. Решение задач с использованием свойств степеней, икорней, многочленов, преобразований многочленов и дробно-рациональных выражений.

Решение задач с использованием градусной меры угла. Модуль числа и его свойства. Решение задач на движение и совместную работу с помощью линейных и квадратных уравнений и их систем. Решение задач с помощью числовых неравенств и систем неравенств с одной переменной, с применением изображения числовых промежутков.

Решение задач с использованием числовых функций и их графиков. Использование свойств графиков линейных и квадратичных функций, обратной пропорциональности и функции  $y = \sqrt{x}$ .

Графическое решение уравнений и неравенств.

Тригонометрическая окружность, радианная мера угла. Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла. Основное тригонометрическое тождество и следствия из него.

Значения

тригонометрических функций для углов  $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ .

*Формулы сложения тригонометрических функций, формулы приведения, формулы двойного аргумента.*

Нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность. Наибольшее и наименьшее значение функции. Периодические функции. Четность и нечетность функций.

*Сложные функции.*

Тригонометрические функции  $y = \cos x$ ,  $y = \sin x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ . Функция  $y = \operatorname{ctg} x$ . Свойства графики тригонометрических функций.

Арккосинус, арксинус, арктангенс числа. *Арккотангенс числа.*

Простейшие тригонометрические уравнения. Решение тригонометрических уравнений.

*Обратные тригонометрические функции, их свойства и графики. Решение простейших тригонометрических неравенств.*

Степень с действительным показателем, свойства степени. Простейшие показательные уравнения и неравенства. Показательная функция и ее свойства и график.

Логарифм числа, свойства логарифма. Десятичный логарифм. Число  $e$ . *Натуральный логарифм.* Преобразование логарифмических выражений. Логарифмические уравнения и неравенства. Логарифмическая функция и ее свойства и график.

Степенная функция и ее свойства и график. Иррациональные уравнения.

*Метод интервалов для решения неравенств.*

*Преобразования графиков функций: сдвиг вдоль координатных осей, растяжение и сжатие, отражение относительно координатных осей. Графические методы решения уравнений и неравенств. Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под*

знаком модуля. Системы показательных, логарифмических и иррациональных уравнений. Системы показательных, логарифмических неравенств. Взаимно обратные функции. Графики взаимно обратных функций. Уравнения, системы уравнений с параметром. Производная функции в точке. Касательная к графику функции. Геометрический и физический смысл производной. Производные элементарных функций. Правила дифференцирования. Вторая производная, ее геометрический и физический смысл. Понятие о непрерывных функциях. Точки экстремума (максимума и минимума). Исследование элементарных функций на точки экстремума, наибольшее и наименьшее значение с помощью производной. Построение графиков функций с помощью производных. Применение производной при решении задач. Первообразная. Первообразные элементарных функций. Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона-Лейбница. Определенный интеграл. Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения с помощью интеграла.

**Геометрия**

Повторение. Решение задач с применением свойств фигур на плоскости. Задачи на доказательство и построение контрпримеров. Использование в задачах простейших логических правил. Решение задач с использованием теорем о треугольниках, соотношений в прямоугольных треугольниках, фактов, связанных с четырехугольниками. Решение задач с использованием фактов, связанных с окружностями. Решение задач на измерения на плоскости, вычисление длин и площадей. Решение задач с помощью векторов и координат. Наглядная стереометрия. Фигуры и их изображения (куб, пирамида, призма). Основные понятия стереометрии и их свойства. Сечения куба и тетраэдра. Точка, прямая и плоскость в пространстве, аксиомы стереометрии и следствия из них. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве. Параллельность прямых и плоскостей в пространстве. Изображение простейших пространственных фигур на плоскости. Расстояния между фигурами в пространстве. Углы в пространстве. Перпендикулярность прямых и плоскостей. Проекция фигуры на плоскость. Признаки перпендикулярности прямых и плоскостей в пространстве. Теорема о трех перпендикулярах. Многогранники. Параллелепипед. Свойства прямоугольного параллелепипеда. Теорема Пифагора в пространстве. Призма и пирамида. Правильная пирамида и правильная призма. Прямая пирамида. Элементы призмы и пирамиды. Тела вращения: цилиндр, конус, сфера и шар. Основные свойства прямого кругового цилиндра, прямого кругового конуса. Изображение тел вращения на плоскости. Представление об усеченном конусе, сечения конуса (параллельное основанию и проходящее через вершину), сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения шара. Развертка цилиндра и конуса. Простейшие комбинации многогранников и тел вращения между собой. Вычисление элементов пространственных фигур (ребра, диагонали, углы). Площадь поверхности правильной пирамиды и прямой призмы. Площадь поверхности прямого кругового цилиндра, прямого кругового конуса и шара. Понятие об объеме. Объем пирамиды и конуса, призмы и цилиндра. Объем шара. Подобные тела в пространстве. Соотношения между площадями поверхностей и объемами подобных тел. Движения в пространстве: параллельный перенос, центральная симметрия, симметрия относительно плоскости, поворот. Свойства движений. Применение движений при решении задач.

Векторы и координаты в пространстве. Сумма векторов, умножение вектора на число, угол между векторами. Коллинеарные и компланарные векторы. Скалярное произведение векторов. Теорема о разложении вектора по трем некопланарным векторам. Скалярное произведение векторов в координатах. Применение векторов при решении задач на нахождение расстояний, длин, площадей и объемов. Уравнение плоскости в пространстве. Уравнение сферы в пространстве. Формула для вычисления расстояния между точками в пространстве.

### **Вероятность и статистика. Работа с данными**

Повторение. Решение задач на табличное и графическое представление данных. Использование свойств и характеристик числовых наборов: средних, наибольшего и наименьшего значения, размаха, дисперсии. Решение задач на определение частоты и вероятности событий. Вычисление вероятностей в опытах с равновероятными элементарными исходами. Решение задач с применением комбинаторики. Решение задач на вычисление вероятностей независимых событий, применение формулы сложения вероятностей. Решение задач с применением диаграмм Эйлера, дерева вероятностей, формулы Бернулли. Условная вероятность. Правило умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Дискретные случайные величины и распределения. Независимые случайные величины. Распределение суммы и произведения независимых случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия суммы случайных величин. Геометрическое распределение. Биномиальное распределение и его свойства. Непрерывные случайные величины. Понятие о плотности вероятности. Равномерное распределение. Показательное распределение, его параметры. Понятие о нормальном распределении. Параметры нормального распределения. Примеры случайных величин, подчиненных нормальному закону (погрешность измерений, рост человека). Неравенство Чебышева. Теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод измерения вероятностей. Роль закона больших чисел в науке, природе и обществе. Ковариация двух случайных величин. Понятие о коэффициенте корреляции. Совместные наблюдения двух случайных величин. Выборочный коэффициент корреляции.

**Тематическое планирование  
по математике 10 класс**

№ урока	Количество часов, отводимых на освоение каждой темы	Тема урока
1.	1	Урок вводного повторения. Понятие действительного числа.
2.	1	Понятие действительного числа
3.	1	Множества чисел. Свойства действительных чисел
4.	1	Множества чисел. Свойства действительных чисел. Стартовый контроль знаний
5.	1	Повторение курса планиметрии. Решение задач
6.	1	Предмет стереометрии. Аксиомы стереометрии
7.	1	Некоторые следствия из аксиом
8.	1	Перестановки
9.	1	Размещения
10.	1	Сочетания
11.	1	Рациональные выражения
12.	1	Формулы бинома Ньютона, суммы и разности степеней
13.	1	Решение задач на применение аксиом стереометрии и их следствий
14.	1	Параллельность прямых, прямой и плоскости
15.	1	Параллельность прямых, прямой и плоскости
16.	1	Рациональные уравнения
17.	1	Системы рациональных уравнений
18.	1	Метод интервалов решения неравенств
19.	1	Метод интервалов решения неравенств
20.	1	Параллельность прямых, прямой и плоскости
21.	1	Параллельность прямых, прямой и плоскости
22.	1	Рациональные неравенства
23.	1	Рациональные неравенства
24.	1	Нестрогие неравенства
25.	1	Нестрогие неравенства
26.	1	Системы рациональных неравенств
27.	1	Контрольная работа «Рациональные уравнения и неравенства»
28.	1	Взаимное расположение прямых в пространстве. Угол между двумя прямыми
29.	1	Взаимное расположение прямых в пространстве. Угол между двумя прямыми

30.	1	Анализ контрольной работы. «Рациональные уравнения и неравенства». Понятие функции и её графика
31.	1	Функция $y = x^n$
32.	1	Взаимное расположение прямых в пространстве. Угол между двумя прямыми
33.	1	Взаимное расположение прямых в пространстве. Угол между двумя прямыми. Контрольная работа
34.	1	Понятие корня степени $n$
35.	1	Корни чётной и нечётной степеней
36.	1	Арифметический корень
37.	1	Параллельность плоскостей
38.	1	Свойства параллельных плоскостей
39.	1	Корень степени $n$
40.	1	Свойства корней степени $n$
41.	1	Свойства степени с рациональным показателем
42.	1	Понятие предела последовательности
43.	1	Тетраэдр
44.	1	Параллелепипед
45.	1	Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия
46.	1	Число $e$
47.	1	Понятие степени с иррациональным показателем
48.	1	Задачи на построение сечений
49.	1	Задачи на построение сечений
50.	1	Зачёт по теме «Параллельность прямых и плоскостей»
51.	1	Контрольная работа «Параллельность прямых и плоскостей». Промежуточный контроль.
52.	1	Показательная функция
53.	1	Контрольная работа «Степень положительного числа»
54.	1	Анализ контрольной работы «Степень положительного числа». Понятие логарифма
55.	1	Понятие логарифма
56.	1	Анализ контрольной работы. Перпендикулярность прямой и плоскости
57.	1	Перпендикулярность прямой и плоскости
58.	1	Свойства логарифмов
59.	1	Свойства логарифмов
60.	1	Логарифмическая функция
61.	1	Перпендикулярность прямой и плоскости
62.	1	Перпендикулярность прямой и плоскости
63.	1	Перпендикулярность прямой и плоскости



64.	1	Простейшие показательные уравнения
65.	1	Простейшие логарифмические уравнения
66.	1	Уравнения, сводящиеся к простейшим заменой неизвестного
67.	1	Перпендикуляр и наклонные. Угол между прямой и плоскостью
68.	1	Перпендикуляр и наклонные. Угол между прямой и плоскостью
69.	1	Простейшие показательные неравенства
70.	1	Простейшие логарифмические неравенства
71.	1	Неравенства, сводящиеся к простейшим заменой неизвестного
72.	1	Перпендикуляр и наклонные. Угол между прямой и плоскостью
73.	1	Перпендикуляр и наклонные. Угол между прямой и плоскостью
74.	1	Контрольная работа «Показательные и логарифмические уравнения и неравенства»
75.	1	Анализ контрольной работы «Показательные и логарифмические уравнения и неравенства». Понятие угла
76.	1	Перпендикуляр и наклонные. Угол между прямой и плоскостью
77.	1	Перпендикуляр и наклонные. Угол между прямой и плоскостью
78.	1	Радианная мера угла
79.	1	Определение синуса и косинуса угла
80.	1	Основные формулы для $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$
81.	1	Основные формулы для $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$
82.	1	Двугранный угол. Перпендикулярность плоскостей
83.	1	Двугранный угол. Перпендикулярность плоскостей
84.	1	Арксинус
85.	1	Арккосинус
86.	1	Определение тангенса и котангенса угла
87.	1	Основные формулы для $\operatorname{tg}\alpha$ и $\operatorname{ctg}\alpha$
88.	1	Двугранный угол. Перпендикулярность плоскостей
89.	1	Двугранный угол. Перпендикулярность плоскостей
90.	1	Арктангенс
91.	1	Контрольная работа «Синус, косинус, тангенс и котангенс угла»
92.	1	Анализ контрольной работы «Синус, косинус, тангенс и котангенс угла». Косинус разности и косинус суммы двух углов
93.	1	Косинус разности и косинус суммы двух углов

94.		Формулы для дополнительных углов
95.	1	Контрольная работа «Перпендикулярность прямых и плоскостей»
96.	1	Анализ контрольной работы. Понятие многогранника.
97.	1	Синус суммы и синус разности двух углов
98.	1	Сумма и разность синусов и косинусов
99.	1	Формулы для двойных и половинных углов
100.	1	Теорема Эйлера. Призма
101.	1	Призма
102.	1	Функция $y=\sin x$
103.	1	Функция $y=\sin x$
104.	1	Функция $y=\cos x$
105.	1	Функция $y=\cos x$
106.	1	Пирамида
107.	1	Пирамида
108.	1	Функция $y=\operatorname{tg} x$
109.		Функция $y=\operatorname{ctg} x$
110.	1	Контрольная работа «Тригонометрические функции числового аргумента»
111.	1	Усечённая пирамида
112.	1	Правильные многогранники
113.		Анализ контрольной работы «Тригонометрические функции числового аргумента». Простейшие тригонометрические уравнения
114.	1	Простейшие тригонометрические уравнения
115.	1	Уравнения, сводящиеся к простейшим заменой неизвестного
116.	1	Правильные многогранники
117.	1	Правильные многогранники
118.	1	Применение основных тригонометрических формул для решения уравнений
119.		Однородные уравнения
120.	1	Понятие вероятности события
121.	1	Понятие вероятности события
122.	1	Свойства вероятностей событий
123.	1	Свойства вероятностей событий
124.	1	Правильные многогранники
125.	1	Зачёт по теме «Многогранники»
126.	1	Контрольная работа «Многогранники»
127.	1	Повторение. Тригонометрические уравнения
128.	1	Повторение. Тригонометрические уравнения
129.	1	Повторение. Преобразование тригонометрических выражений

130.	1	Повторение. Преобразование тригонометрических выражений
131.	1	Повторение. Параллельность прямых и плоскостей. Перпендикулярность прямых и плоскостей
132.	1	Повторение. Многогранники
133.	1	Повторение курса геометрии
134.	1	Повторение. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства
135.	1	Повторение. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства
136.	1	Итоговая контрольная работа за курс математики 10 класса

**Тематическое планирование  
в 11 классе (базовый уровень)**

**136 часов (85ч – алгебра, 51ч – геометрия, 4ч в неделю)**

<b>№ урока</b>	<b>Количество часов, отводимых на освоение каждого раздела</b>	<b>Тема урока</b>
1.	1	Элементарные функции. Область определения и область значений функции.
2.	1	Четность, периодичность функции.
3.	1	Промежутки монотонности, знакопостоянства и нули функции
4.	1	Понятие вектора. Сложение и вычитание векторов.
5.	1	Исследование функций и построение ее графиков.
6.	1	Исследование функций и построение ее графиков С.Р.1
7.	1	Понятие предела функции.
8.	1	Сложение и вычитание векторов. Решение задач.
9.	1	Односторонние пределы
10.	1	Свойства пределов.
11.	1	Свойства пределов.
12.	1	Умножение вектора на число
13.	1	Понятие непрерывности функции
14.	1	Непрерывность элементарных функций С.Р.2
15.	1	Понятие обратной функции
16.	1	Умножение вектора на число
17.	1	Понятие обратной функции
18.	1	Взаимно обратные функции

19.	1	Взаимно обратные функции
20.	1	Компланарные векторы
21.	1	Обратные тригонометрические функции
22.	1	Контрольная работа №1 «Функции»
23.	1	Понятие производной
24.	1	Зачет №1 по теме «Векторы»
25.	1	Производная суммы. Производная разности.
26.	1	Производная произведения.
27.	1	Производная частного. С.Р.3
28.	1	Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора.
29.	1	Производная элементарных функций
30.	1	Производная элементарных функций
31.	1	Производная элементарных функций С.Р.4
32.	1	Связь между координатами вектора и координатами точки.
33.	1	Производная сложной функции
34.	1	Производная сложной функции
35.	1	Производная сложной функции С.Р.5
36.	1	Простейшие задачи в координатах. С.Р.6
37.	1	Контрольная работа №2 «Производная»
38.	1	Максимум и минимум функции
39.	1	Уравнение касательной
40.	1	Угол между векторами.
41.	1	Уравнение касательной
42.	1	Уравнение касательной С.Р.7
43.	1	Возрастание и убывание функции
44.	1	Скалярное произведение векторов.
45.	1	Возрастание и убывание функции
46.	1	Возрастание и убывание функции
47.	1	Задачи на максимум и минимум
48.	1	Вычисление углов между прямыми и плоскостями
49.	1	Задачи на максимум и минимум С.Р.8
50.	1	Контрольная работа № 3 «Применение производной»
51.	1	Понятие первообразной.
52.	1	Движения.
53.	1	Понятие первообразной. Площадь криволинейной трапеции.
54.	1	Площадь криволинейной трапеции.
55.	1	Определенный интеграл.
56.	1	Зачет №2 по теме «Метод координат в пространстве»
57.	1	Определенный интеграл. С. Р. 9
58.	1	Формула Ньютона –Лейбница.
59.	1	Формула Ньютона –Лейбница.
60.	1	Понятие цилиндра. Площадь поверхности цилиндра
61.	1	Контрольная работа № 4 «Первообразная и интеграл»
62.	1	Равносильные преобразования уравнений

63.	1	Равносильные преобразования уравнений
64.	1	Решение задач по теме «Понятие цилиндра. Площадь поверхности цилиндра»
65.	1	Равносильные преобразования неравенств
66.	1	Равносильные преобразования неравенств С.Р. 10
67.	1	Возведение уравнений в четную степень
68.	1	Потенцирование логарифмических функций
69.	1	Понятие конуса. Площадь поверхности конуса
70.	1	Решение задач по теме «Понятие конуса. Площадь поверхности конуса»С.Р. 11
71.	1	Решение уравнений с помощью систем
72.	1	Решение уравнений с помощью систем
73.	1	Сфера и шар.
74.	1	Уравнение сферы.
75.	1	Решение уравнений с помощью систем
76.	1	Решение неравенств с помощью систем
77.	1	Взаимное расположение сферы и плоскости. Касательная плоскость к сфере.
78.	1	Решение задач по теме Сфера и шар. С.Р. 12
79.	1	Решение неравенств с помощью систем
80.	1	Решение неравенств с помощью систем С.Р. 13
81.	1	Решение задач.
82.	1	Контрольная работа №5 «Цилиндр. Конус Шар.»
83.	1	Возведение уравнений в четную степень
84.	1	Умножение уравнения на функцию
85.	1	Понятие объема. Объем прямоугольного параллелепипеда.
86.	1	Объем прямоугольного параллелепипеда.
87.	1	Другие преобразования
88.	1	Другие преобразования С.Р. 14
89.	1	Объем прямой призмы
90.	1	Объем прямой призмы
91.	1	Контрольная работа № 6 «Равносильность уравнений»
92.	1	Возведение неравенств в четную степень
93.	1	Объем цилиндра
94.	1	Объем цилиндра. С.Р. 15
95.	1	Умножение неравенства на функцию
96.	1	Другие преобразования неравенств
97.	1	Объем пирамиды
98.	1	Объем пирамиды
99.	1	Метод интервалов для непрерывных функций.
100.	1	Контрольная работа № 7 «Равносильность неравенств»
101.	1	Объем конуса
102.	1	Объем конуса
103.	1	Использование области определения, неотрицательности функций
104.	1	Использование ограниченности, монотонности, экстремумов функций

105.	1	Объем шара.
106.	1	Объем шарового сегмента, шарового слоя и шарового сектора. С.Р. 16
107.	1	Равносильность систем. Метод замены переменных
108.	1	Метод замены переменных С.Р. 17
109.	1	Решение задач.
110.	1	Решение задач.
111.	1	Контрольная работа № 8 «Системы уравнений с несколькими переменными»
112.	1	Тригонометрические выражения
113.	1	Контрольная работа № 9 «Объемы тел»
114.	1	Вычисление элементов многогранников и круглых тел.
115.	1	Тригонометрические уравнения
116.	1	Тригонометрические уравнения
117.	1	Вычисление элементов многогранников и круглых тел.
118.	1	Вычисление элементов многогранников и круглых тел
119.	1	Показательные и логарифмические уравнения
120.	1	Показательные и логарифмические неравенства
121.	1	Вычисление площадей поверхности многогранников и круглых тел.
122.	1	Вычисление площадей поверхности многогранников и круглых тел
123.	1	Системы уравнений
124.	1	Системы неравенств
125.	1	Вычисление объемов многогранников и круглых тел.
126.	1	Вычисление объемов многогранников и круглых тел
127.	1	Итоговая контрольная работа по алгебре
128.	1	Итоговая контрольная работа по алгебре
129.	1	Вычисление объемов многогранников и круглых тел.
130.	1	Вычисление объемов многогранников и круглых тел
131.	1	Обобщение и систематизация материала
132.	1	Обобщение и систематизация материала
133.	1	Итоговая контрольная работа по геометрии
134.	1	Итоговая контрольная работа по геометрии
135.	1	Анализ контрольной работы по геометрии
136.	1	Обобщение и систематизация материала

## Контрольно-измерительные материалы

Контрольные работы по геометрии 10 класс проводятся по сборнику:

Геометрия: Б.Г.Зив Дидактические материалы по геометрии для 10 класса-М.: Просвещение, 2017.

### К-1

### Вариант 1

1. Точки  $A, C, M$  и  $P$  лежат в плоскости  $\alpha$ , а точка  $B \notin \alpha$  (рис. 66). Постройте точку пересечения прямой  $MP$  с плоскостью  $ABC$ . Поясните.

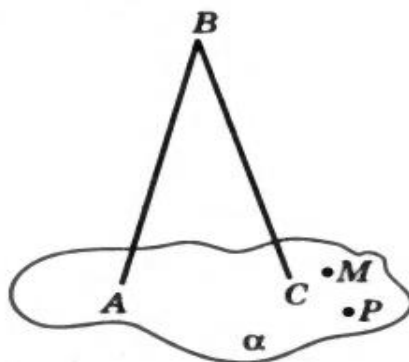


Рис. 66

2. Треугольники  $ABC$  и  $ADC$  лежат в разных плоскостях и имеют общую сторону  $AC$ . Точка  $E$  лежит на стороне  $AB$ , а точка  $F$  — на стороне  $BC$ , причем  $EF$  параллельна плоскости  $ADC$ , точка  $P$  — середина  $AD$ , а точка  $K$  — середина  $DC$ .
- 1) Докажите, что  $EF \parallel PK$ .
  - 2) Каково взаимное расположение прямых  $PK$  и  $AB$ ? Чему равен угол между этими прямыми, если  $\angle ABC = 40^\circ$  и  $\angle BCA = 80^\circ$ ?
3. Плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  пересекаются по прямой  $m$ . Прямая  $a$  лежит в плоскости  $\alpha$ . Каково возможное взаимное расположение прямой  $a$  и плоскости  $\beta$ ? Сделайте рисунок и поясните.
- 4\*. Используя рисунок 67, постройте линию пересечения плоскости  $EFM$  с плоскостью  $\alpha$ . Поясните.

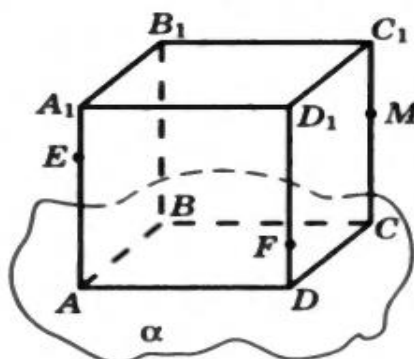


Рис. 67

**К-1****Вариант 2**

1. Точки  $A$  и  $B$  лежат в плоскости  $\alpha$ , а точка  $C$  — в плоскости  $\beta$  (рис. 68). Постройте линии пересечения плоскости  $ABC$  с плоскостями  $\alpha$  и  $\beta$ . Поясните.

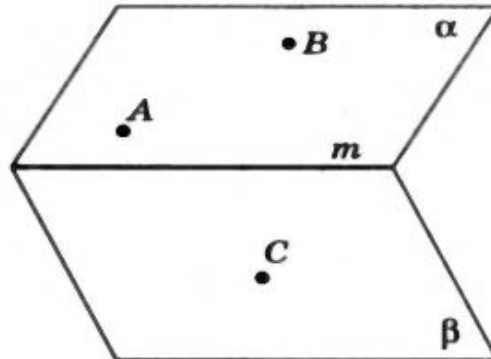


Рис. 68

2. Треугольники  $ABC$  и  $DCE$  лежат в разных плоскостях и имеют общую вершину  $C$ ,  $AB \parallel DE$ .
- 1) Постройте линию пересечения плоскостей  $ABC$  и  $DCE$ . Поясните.
  - 2) Каково взаимное расположение прямых  $AB$  и  $DF$ , где точка  $F$  лежит на стороне  $CE$ ? Чему равен угол между этими прямыми, если  $\angle FED = 60^\circ$  и  $\angle DFE = 100^\circ$ ? Поясните.
3. Прямая  $a$  параллельна плоскости  $\alpha$ , точка  $M$  и прямая  $c$  лежат в плоскости  $\alpha$  ( $M \notin c$ ). Через точку  $M$  проведена прямая  $b$ , параллельная  $a$ . Каково взаимное расположение прямых  $b$  и  $c$ ? Поясните.
- 4\*. Плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  пересекаются по прямой  $m$  (рис. 69). Прямая  $AB$  лежит в плоскости  $\alpha$ , а  $CD$  — в плоскости  $\beta$ . Что нужно изменить в условии, чтобы прямые  $EF$  и  $MK$  были параллельными? Поясните.

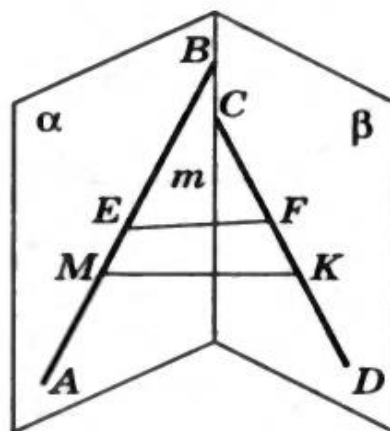


Рис. 69



1. Параллелограммы  $ABCD$  и  $ADFE$  лежат в разных плоскостях и имеют общую сторону  $AD$ . Прямая  $m$ , параллельная  $BC$ , пересекает плоскости  $ABE$  и  $DCF$  соответственно в точках  $H$  и  $P$ . Докажите, что  $HPFE$  — параллелограмм.
2. Плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  параллельны,  $a \parallel a_1$  (рис. 74). Прямая  $a$  пересекает плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  соответственно в точках  $A$  и  $B$ , а прямая  $a_1$  пересекает плоскость  $\alpha$  в точке  $A_1$ . Постройте точку пересечения  $a_1$  с плоскостью  $\beta$ . Поясните.

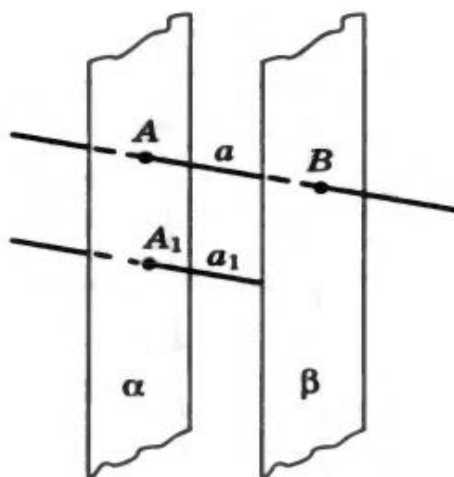


Рис. 74

3. В тетраэдре  $DABC$   $\angle DBA = \angle DBC = 90^\circ$ ,  $DB = 6$ ,  $AB = BC = 8$ ,  $AC = 12$ . Постройте сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через середину  $DB$  и параллельной плоскости  $ADC$ . Найдите площадь сечения.
- 4\*. Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки  $E$  и  $F$  параллельно прямой  $a$  (рис. 75).

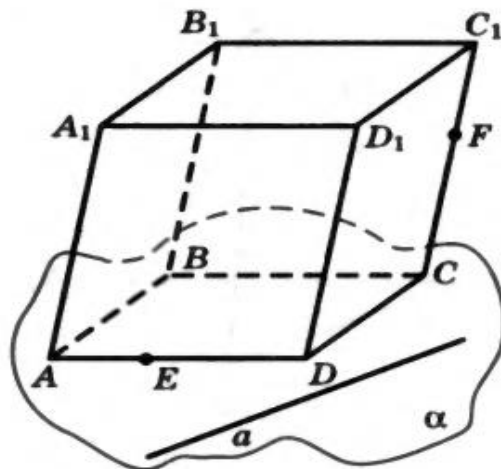


Рис. 75

**К-2****Вариант 2**

1. Вне плоскости  $\alpha$  расположен треугольник  $ABC$ , у которого медианы  $AA_1$  и  $BB_1$  параллельны плоскости  $\alpha$ . Через вершины  $B$  и  $C$  треугольника проведены параллельные прямые, которые пересекают плоскость  $\alpha$  соответственно в точках  $E$  и  $F$ . Докажите, что  $ECBF$  — параллелограмм.
2. Плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  параллельны (рис. 76). Прямая  $a$  пересекает плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  соответственно в точках  $A$  и  $B$ , а прямая  $b$  — в точках  $C$  и  $D$ . Найдите взаимное расположение прямых  $a$  и  $b$ . Поясните.

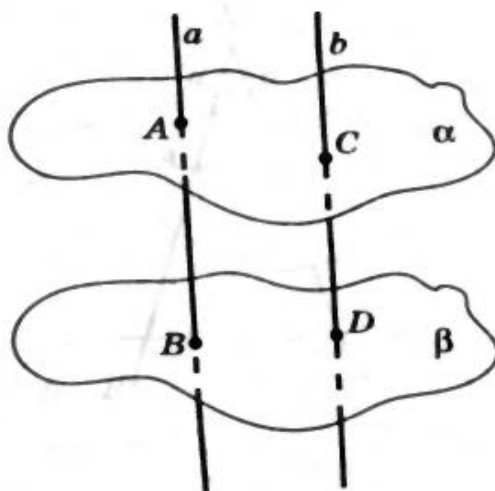


Рис. 76

3. Все грани параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — квадраты со стороной  $a$ . Через середину ребра  $AD$  параллельно плоскости  $DA_1 B_1$  проведена плоскость. Найдите периметр сечения.
- 4\*. Постройте сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через точки  $C$  и  $K$  параллельно прямой  $a$  (рис. 77).

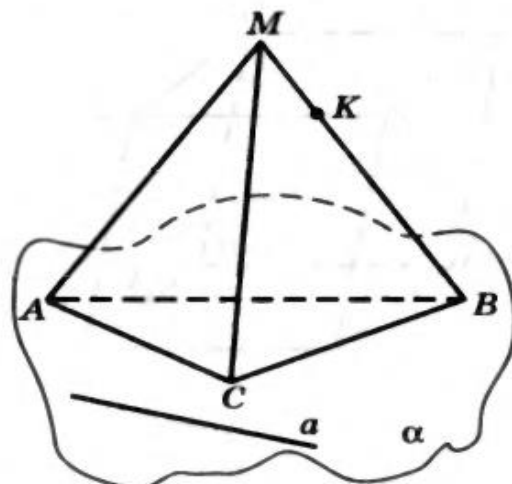


Рис. 77

**К-3****Вариант 1**

1. В треугольнике  $ABC$   $AC = CB = 10$  см,  $\angle A = 30^\circ$ ,  $BK$  — перпендикуляр к плоскости треугольника, равный  $5\sqrt{6}$  см. Найдите расстояние от точки  $K$  до  $AC$ .
  2. Точка  $M$  равноудалена от всех вершин равнобедренного прямоугольного треугольника  $ACB$  ( $\angle C = 90^\circ$ ),  $AC = BC = 4$  см. Расстояние от точки  $M$  до плоскости треугольника равно  $2\sqrt{3}$  см.
    - 1) Докажите, что плоскость  $AMB$  перпендикулярна плоскости  $ABC$ .
    - 2) Какой угол плоскость  $BMC$  составляет с плоскостью  $ABC$ ?
    - 3) Найдите угол между  $MC$  и плоскостью  $ABC$ .
  - 3\*. Найдите расстояние от точки  $E$  — середины стороны  $AC$  до плоскости  $BMC$ .
- 

**К-3****Вариант 2**

1. Через сторону  $AC$  треугольника  $ABC$  проведена плоскость  $\alpha$ , удаленная от вершины  $B$  на расстояние, равное 4 см,  $AC = BC = 8$  см,  $\angle ABC = 22^\circ 30'$ . Найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $\alpha$ .
2.  $ABCD$  — квадрат со стороной, равной 4 см. Треугольник  $AMB$  имеет общую сторону  $AB$  с квадратом,  $AM = BM = 2\sqrt{6}$  см. Плоскости треугольника и квадрата взаимно перпендикулярны.
  - 1) Докажите, что  $BC \perp AM$ .
  - 2) Найдите угол между  $MC$  и плоскостью квадрата.
- 3\*. Найдите расстояние от точки  $A$  до плоскости  $DMC$ .

**К-4****Вариант 1**

1. В основании прямого параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  лежит ромб  $ABCD$  со стороной, равной  $a$ , и углом  $BAD$ , равным  $60^\circ$ . Плоскость  $BC_1 D$  составляет с плоскостью основания угол  $60^\circ$ . Найдите площадь полной поверхности параллелепипеда.
  2. В основании пирамиды  $DABC$  лежит прямоугольный треугольник  $ABC$ ,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\angle A = 30^\circ$ ,  $BC = 10$ . Боковые ребра пирамиды наклонены к плоскости основания под равными углами. Высота пирамиды равна 5. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
  - 3\*. В указанной выше пирамиде найдите угол между прямыми  $AC$  и  $DB$ .
- 

**К-4****Вариант 2**

1. Основанием прямого параллелепипеда служит параллелограмм со сторонами 3 и 5 см. Острый угол параллелограмма равен  $60^\circ$ . Площадь большего диагонального сечения равна  $63 \text{ см}^2$ . Найдите площадь полной поверхности параллелепипеда.
2. Основанием пирамиды  $MABCD$  служит ромб  $ABCD$ ,  $AC = 8$ ,  $BD = 6$ . Высота пирамиды равна 1. Все двугранные углы при основании равны. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.
- 3\*. В указанной выше пирамиде найдите угол между гранями  $BMC$  и  $DMC$ .

**К-5****Вариант 1**

1.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — параллелепипед. Изобразите на рисунке векторы, равные:
  - 1)  $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{B_1 B} + \overrightarrow{BA}$ ;
  - 2)  $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{B_1 C_1}$ .
2. В тетраэдре  $DABC$   $M$  — точка пересечения медиан грани  $BDC$ , а точка  $E$  — середина ребра  $AC$ . Разложите вектор  $\overrightarrow{EM}$  по векторам  $\overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AD}$ .
3. Даны три неколлинеарных вектора  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ . Найдите значения  $p$  и  $q$ , при которых векторы  $\vec{m} = p\vec{a} + q\vec{b} + 8\vec{c}$  и  $\vec{h} = \vec{a} + p\vec{b} + q\vec{c}$  коллинеарны.
- 4\*. В тетраэдре  $DABC$  точки  $M$  и  $N$  — середины ребер  $AD$  и  $BC$  соответственно. Докажите, используя векторы, что прямые  $AB$ ,  $NM$  и  $DC$  параллельны одной плоскости.

**К-5****Вариант 2**

1.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — параллелепипед. Изобразите на рисунке векторы, равные:
  - 1)  $\overrightarrow{B_1 C_1} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CC_1} + \overrightarrow{B_1 A_1}$ ;
  - 2)  $\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{CB_1}$ .
2. В тетраэдре  $DABC$  точка  $E$  — середина ребра  $AD$ , а точка  $M$  — точка пересечения медиан грани  $BDC$ . Разложите вектор  $\overrightarrow{EM}$  по векторам  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AC}$  и  $\overrightarrow{AD}$ .
3. Докажите, что векторы  $\vec{m} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ ,  $\vec{h} = 2\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$  и  $\vec{p} = 8\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$  компланарны.
- 4\*. В тетраэдре  $DABC$  точки  $M$  и  $K$  — середины ребер  $AB$  и  $CD$  соответственно. Докажите, что середины отрезков  $MC$ ,  $MD$ ,  $NA$  и  $NB$  являются вершинами параллелограмма.

**К-6****Вариант 1**

В треугольнике  $ABC$   $AB = 14$ ,  $BC = 13$ ,  $AC = 15$  (рис. 82). Найдите:

- 1) высоту, проведенную к стороне  $AC$ ;
- 2) косинус угла  $A$ ;
- 3) синус угла  $B$ ;
- 4) тангенс угла  $C$ ;
- 5) радиус описанной окружности;
- 6) радиус вписанной окружности;
- 7) медиану, проведенную к стороне  $BC$ ;
- 8) биссектрису, проведенную из вершины  $C$ .

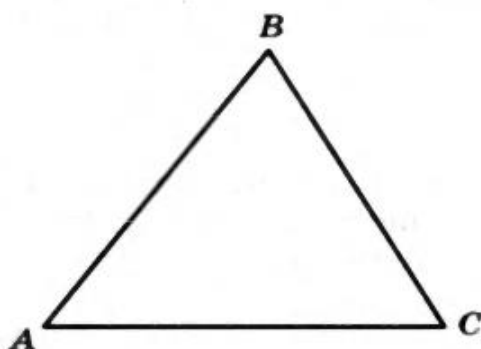


Рис. 82

**К-6****Вариант 2**

В треугольнике  $ABC$  высоты, проведенные к сторонам  $AC$ ,  $BC$  и  $AB$ , соответственно равны 15, 35 и 21 (рис. 83). Найдите:

- 1) площадь треугольника;
- 2) сторону  $AB$ ;
- 3) сторону  $BC$ ;
- 4) сторону  $AC$ ;
- 5) радиус описанной окружности;
- 6) радиус вписанной окружности;
- 7) медиану, проведенную к стороне  $BC$ ;
- 8) биссектрису, проведенную из вершины  $B$ .

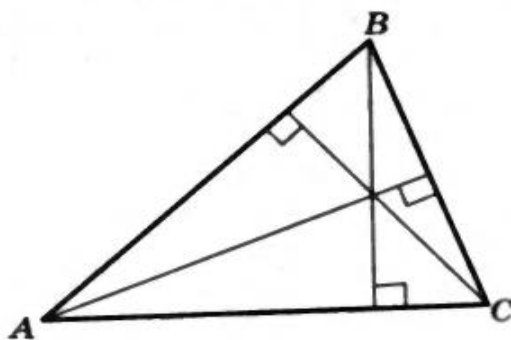


Рис. 83

**К—1**

Вар. 1. 2. 2) Прямые — скрещивающиеся,  $60^\circ$ . 3. Любое.

Вар. 2. 2. 1) Линия пересечения проходит через вершину  $C$  и параллельна прямым  $AB$  и  $DE$ ; 2) прямые — скрещивающиеся,  $20^\circ$ .

3. Пересекаются или параллельны.

4. Прямые  $EF$  и  $MK$  являются скрещивающимися. Они могут быть параллельными, если  $AB$  пересекает  $CD$  или  $AB \parallel CD$ .

**К—2**

Вар. 1. 3. 12.

Вар. 2. 2. Прямые — скрещивающиеся. 3.  $2a + a\sqrt{2}$ .

**К—3**

Вар. 1. 1. 15 см. 2. 2)  $60^\circ$ ; 3)  $\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{6}}{2}$ .

3\*.  $\sqrt{3}$  см. Необходимо учесть, что  $EO \parallel BC$ , где  $O$  — основание перпендикуляра  $MO$ , опущенного из точки  $M$  на плоскость  $ABC$ ;  $O$  — середина гипотенузы. Расстояние от точки  $E$  до плоскости  $BMC$  равно расстоянию от точки  $O$  до этой плоскости.

Вар. 2. 1.  $45^\circ$ . 2. 2)  $45^\circ$ .

3\*.  $\frac{4\sqrt{5}}{3}$  см. Необходимо учесть, что  $AB \parallel CD$ .

**К—4**

Вар. 1. 1.  $a^2(6 + \sqrt{3})$ . 2.  $25(4 + \sqrt{6})$ .

3\*. Необходимо достроить пирамиду до пирамиды, основанием которой будет прямоугольник  $ACBF$ . Для решения задачи следует найти величину угла  $DBF$ . В треугольнике  $DFB$   $DB = DF = 5\sqrt{5}$ ,  $FB = 10\sqrt{3}$ . Тогда  $\cos \angle DBF = \frac{5\sqrt{3}}{5\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{5}$ . Ответ:  $\arccos \frac{\sqrt{15}}{5}$ .

Вар. 2. 1.  $3(48 + 5\sqrt{3})$  см<sup>2</sup>. 2. 50.

3\*. Необходимо из основания высоты точки  $O$  опустить перпендикуляр  $OE$  на ребро  $MC$ . Тогда угол  $BED$  — искомый. Из  $\triangle MOC$   $OE = \frac{MO \cdot OC}{MC} = \frac{1 \cdot 4}{\sqrt{17}} = \frac{4}{\sqrt{17}}$ . Отсюда  $\operatorname{tg} \angle OED = \frac{3\sqrt{17}}{4}$ .

В таком случае  $\angle OED = \operatorname{arctg} \frac{3\sqrt{17}}{4}$ ,  $\angle BED = 2 \operatorname{arctg} \frac{3\sqrt{17}}{4}$ .

Ответ:  $2 \operatorname{arctg} \frac{3\sqrt{17}}{4}$ .

К—5

Вар. 1. 1. 1)  $\overrightarrow{AA_1}$ ; 2)  $\overrightarrow{CA}$ . 2.  $\frac{1}{3} \overrightarrow{AB} - \frac{1}{6} \overrightarrow{AC} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AD}$ .

3. Векторы  $\vec{m}$  и  $\vec{n}$  будут коллинеарными, если  $\vec{m} = k\vec{n}$  ( $k \neq 0$ ).

Тогда  $p\vec{a} + q\vec{b} + 8\vec{c} = k\vec{a} + kp\vec{b} + kq\vec{c}$ . Отсюда 
$$\begin{cases} p = k, \\ q = kp, \\ 8 = kq. \end{cases}$$

Решая систему, получаем, что  $k = 2$ ,  $p = 2$  и  $q = 4$ .

Ответ:  $p = 2$ ,  $q = 4$ .

4\*. Необходимо доказать, что векторы  $\overrightarrow{HM}$ ,  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{DC}$  компланарны:

$$\overrightarrow{HM} = \overrightarrow{DM} - \overrightarrow{DH} = \frac{1}{2} \overrightarrow{DA} - \frac{1}{2} \overrightarrow{DC} - \frac{1}{2} \overrightarrow{DB}, \quad (1)$$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}. \quad (2)$$

Из уравнений (1) и (2) следует, что  $\overrightarrow{HM} = -\frac{1}{2} \overrightarrow{AB} - \frac{1}{2} \overrightarrow{DC}$ , т. е.

векторы  $\overrightarrow{HM}$ ,  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{DC}$  компланарны, а потому прямые  $HM$ ,  $AB$  и  $DC$  параллельны одной плоскости.

Вар. 2. 1. 1)  $\overrightarrow{AD}$ ; 2)  $\overrightarrow{A_1C}$ . 2.  $-\frac{1}{6} \overrightarrow{AD} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AC}$ .

3.  $2\vec{m} = 2\vec{a} + 2\vec{b} - 2\vec{c}$ ,  $3\vec{n} = 6\vec{a} - 3\vec{b} + 3\vec{c}$ . Отсюда

$$2\vec{m} + 3\vec{n} = 8\vec{a} - \vec{b} + \vec{c},$$

т. е.  $\vec{p} = 2\vec{m} + 3\vec{n}$ . Это и значит, что указанные векторы компланарны.

К—6

Вар. 1. 1) 11,2; 2)  $\frac{3}{5}$ ; 3)  $\frac{12}{13}$ ; 4)  $\frac{4}{3}$ ; 5)  $8\frac{1}{8}$ ; 6) 4; 7)  $\frac{1}{2}\sqrt{673}$ ;

8)  $3\sqrt{65}$ .



## Контрольно-измерительные материалы

Алгебра и начала анализа: М.К. Потапов, Дидактические материалы, 10 класс. М.:

Просвещение, 2017 год

Контрольная работа № 1.

### **К-1** I вариант

1. Упростите выражение  $\left(\frac{8a}{a^2-b^2} + \frac{3}{b-a} - \frac{4}{a+b}\right) : \frac{1}{5a-5b}$ .

2. Решите уравнение  $\frac{2x+3}{x^2-2x} - \frac{x-3}{x^2+2x} = 0$ .

3. Решите неравенство:

а)  $\frac{(x-2)(x+2)}{x-3} < 0$ ;      б)  $\frac{x^2-10x+25}{x^2-4x-12} \geq 0$ .

4\*. а) Упростите выражение  $\left(\frac{1}{n^2-n} + \frac{1}{n^2+n}\right) : \frac{n+3}{n^2-1}$ .

б) Найдите значение полученного выражения при  $n = -1$ .

### **К-1** II вариант

1. Упростите выражение  $\left(\frac{6a}{a^2-b^2} - \frac{2}{a+b} + \frac{3}{b-a}\right) : \frac{1}{4a+4b}$ .

2. Решите уравнение  $\frac{2x+4}{x^2-x} - \frac{x-4}{x^2+x} = 0$ .

3. Решите неравенство:

а)  $\frac{(x-2)(x-4)}{x+3} < 0$ ;      б)  $\frac{x^2-8x+16}{x^2-3x-10} \geq 0$ .

4\*. а) Упростите выражение  $\left(\frac{1}{n^2-n} - \frac{1}{n^2+n}\right) : \frac{n-2}{n^2-1}$ .

б) Найдите значение полученного выражения при  $n = -1$ .

**К-2**      *І вариант*

1. Верно ли равенство:

а)  $\sqrt[4]{2^4} = 2$ ;   б)  $\sqrt[4]{(-3)^4} = -3$ ;   в)  $\sqrt[4]{(-4)^4} = 4$ ;   г)  $\sqrt[4]{5^4} = -5$ ?

2. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе дроби:

а)  $\frac{3}{\sqrt[3]{5}}$ ;   б)  $\frac{6}{\sqrt[3]{5+1}}$ ;   в)  $\frac{3}{\sqrt[3]{16+\sqrt[3]{4+1}}}$ .

3. Вычислите:

а)  $\sqrt[4]{312^2 + 2 \cdot 312 \cdot 313 + 313^2}$ ;

б)  $\sqrt[3]{1987^3 - 3 \cdot 1987^2 \cdot 987 + 3 \cdot 1987 \cdot 987^2 - 987^3}$ .

4. Упростите выражение  $(\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b})(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})$ .

5\*. Вычислите  $\sqrt[3]{27} - \sqrt[4]{81} + \frac{2}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} - \sqrt[4]{25} - \sqrt[4]{9}$ .

6\*. Найдите значение выражения  $\sqrt[4]{x \sqrt[3]{x \sqrt{x}}}$  при  $x = \sqrt[3]{4^4}$ .

7\*. Велосипедист и пешеход отправились одновременно из пункта *A* в пункт *B*. Скорость велосипедиста была в 2 раза больше скорости пешехода, но в пути он сделал остановку для устранения поломки велосипеда и поэтому в пункт *B* прибыл лишь на 5 мин раньше пешехода, который на весь путь затратил 40 мин. Сколько минут велосипедист устранял поломку велосипеда?

## **К-2**      *II вариант*

1. Верно ли равенство:

а)  $\sqrt[6]{3^6} = -3$ ;   б)  $\sqrt[6]{4^6} = 4$ ;   в)  $\sqrt[6]{(-5)^6} = 5$ ;   г)  $\sqrt[6]{(-6)^6} = -6$   
?

2. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе дроби:

а)  $\frac{5}{\sqrt[3]{3}}$ ;   б)  $\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}-1}$ ;   в)  $\frac{6}{\sqrt[3]{25}-\sqrt[3]{5}+1}$ .

3. Вычислите:

а)  $\sqrt[4]{800^2 - 2 \cdot 800 \cdot 175 + 175^2}$ ;

б)  $\sqrt[3]{789^3 + 3 \cdot 789^2 \cdot 211 + 3 \cdot 789 \cdot 211^2 + 211^3}$ .

4. Упростите выражение  $(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y})(\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y})$ .

5\*. Вычислите  $\sqrt[3]{125} - \sqrt[4]{625} + \frac{4}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} - \sqrt[4]{36} + \sqrt[4]{4}$ .

6\*. Найдите значение выражения  $\sqrt[4]{x \sqrt{x} \sqrt[3]{x}}$  при  $x = \sqrt[5]{27^4}$ .

7\*. Велосипедист и мотоциклист отправились одновременно из пункта *A* в пункт *B*. Скорость мотоциклиста была в 3 раза больше скорости велосипедиста, но в пути он сделал остановку для устранения поломки мотоцикла и поэтому в пункт *B* прибыл на 5 мин позже велосипедиста, который на весь путь затратил 60 мин. Сколько минут мотоциклист устранял поломку мотоцикла?

**К-3**      **I вариант**

1. Найдите значение выражения  $\left(a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{3}}\right)^6$  при  $a = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{5}}$ .

2. Вычислите  $\frac{3^{\frac{1}{2}} \cdot 9^{\frac{3}{4}}}{2^{\frac{2}{3}} \cdot 4^{\frac{2}{3}}}$ .

3. Постройте график функции и перечислите свойства этой функции:

а)  $y = 2^x$ ;    б)  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ .

4. Упростите выражение  $\left(\frac{2}{x^{\frac{1}{4}} - y^{\frac{1}{4}}} + \frac{2}{x^{\frac{1}{4}} + y^{\frac{1}{4}}}\right) \cdot \frac{x^{-\frac{1}{2}} - y^{-\frac{1}{2}}}{6x^{-\frac{1}{4}}y^{-\frac{1}{2}}}$ .

5\*. Упростите выражение  $\left(\frac{\left(x^{\frac{1}{3}} + x^{-\frac{1}{3}}\right)^2 - 2}{\left(x^{\frac{1}{3}} - x^{-\frac{1}{3}}\right)^2 + 2} - x\right)^{\frac{3}{4}}$  и найдите

его значение при  $x = 0,9919$ .

6\*. Вычислите предел последовательности:

а)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5n^3 - n^2 - 4}{3n^3 + 11n^2 + 1}$ ;

б)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^2 + 4}{n^3 + n^2 + 1}$ ;

в)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{n+1} - \sqrt[3]{n})$ ;

г)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (4 + 5n + 4n^2 - 3n^3)$ .

7\*. Велосипедист и пешеход отправились одновременно из пунктов  $A$  и  $B$  навстречу друг другу и встретились через некоторое время. Если бы они отправились одновременно из тех же пунктов в одном направлении, то, для того чтобы догнать пешехода, велосипедисту потребовалось бы в 5 раз больше времени, чем они потратили до встречи при движении навстречу друг другу. Во сколько раз скорость велосипедиста больше скорости пешехода?

**К-3**      **II вариант**

1. Найдите значение выражения  $\left(a^{\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{1}{3}}\right)^{12}$  при  $a = \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{2}{7}}$ .

2. Вычислите  $\frac{2^{\frac{1}{2}} \cdot 4^{\frac{5}{2}}}{9^{\frac{2}{3}} \cdot 3^{\frac{2}{3}}}$ .

3. Постройте график функции и перечислите свойства этой функции:

а)  $y = 3^x$ ;      б)  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ .

4. Упростите выражение  $\left(\frac{3}{x^{\frac{1}{4}} + y^{\frac{1}{4}}} + \frac{3}{x^{\frac{1}{4}} - y^{\frac{1}{4}}}\right) \cdot \frac{y^{-\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}}}{4x^{-\frac{1}{4}}y^{-\frac{1}{2}}}$ .

5\*. Упростите выражение  $\left(\frac{\left(x^{\frac{1}{4}} - x^{-\frac{1}{4}}\right)^2 + 2}{\left(x^{\frac{1}{4}} + x^{-\frac{1}{4}}\right)^2 - 2} - x\right)^{-\frac{3}{4}}$  и найдите

его значение при  $x = \frac{65}{81}$ .

6\*. Вычислите предел последовательности:

а)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4n^3 - 5n^2 - 4}{5n^3 + 12n^2 + 13}$ ;

б)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3 - 2n^2 + 4}{n^2 + 11n}$ ;

в)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{n} - \sqrt[3]{n-1})$ ;

г)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (14 - n + 3n^2 - 2n^3)$ .

7\*. Мотоциклист и велосипедист отправились одновременно из пунктов А и В навстречу друг другу и встретились через некоторое время. Если бы они отправились одновременно из тех же пунктов в одном направлении, то, для того чтобы догнать велосипедиста, мотоциклисту потребовалось бы в 2 раза больше времени, чем они потратили до встречи при движении навстречу друг другу. Во сколько раз скорость мотоциклиста больше скорости велосипедиста?

## **К-4**      *И вариант*

1. Вычислите:

а)  $\log_2 32 + \ln e - \lg 100$ ;

б) 
$$\frac{(\log_2(\sqrt{5} - 1) + \log_2(\sqrt{5} + 1)) \log_3 49}{\log_3 7}.$$

2. Решите уравнение:

а)  $\left(\frac{1}{9}\right)^x + 8 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x - 9 = 0$ ;      б)  $\log_3 x + 4 \log_9 x = 9$ .

3. Решите неравенство:

а)  $2^{x+3} - 3 \cdot 2^{x+1} + 2^x < 12$ ;

б)  $(\log_{0,5} x)^2 - 3 \log_{0,5} x - 4 \leq 0$ .

4\*. Докажите числовое равенство

$$(\sqrt{3})^{\log_3(\sqrt{5}-2)^2} + (\sqrt{2})^{\log_2(\sqrt{5}-3)^2} = 1.$$

5\*. Вычислите значение числового выражения

$$5^{\log_8 27} : 3^{\log_2 5}.$$

6\*. Решите уравнение  $2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{x-1} - 4 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x + 1 = 0$ .

7\*. Проехав за 1 ч три четверти расстояния между городами  $A$  и  $B$ , водитель увеличил скорость на 20 км/ч, поэтому остаток пути он проехал за 15 мин. Определите расстояние между городами  $A$  и  $B$ .

## **К-4**      *II вариант*

1. Вычислите:

а)  $\log_3 81 - \ln e + \lg 1000$ ;

б) 
$$\frac{2 \cdot \log_7 16}{(\log_3(\sqrt{10} + 1) + \log_3(\sqrt{10} - 1)) \log_7 2}$$
.

2. Решите уравнение:

а)  $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$ ;      б)  $\log_2 x + 6 \log_4 x = 8$ .

3. Решите неравенство:

а)  $3^{x+2} - 2 \cdot 3^{x+1} + 3^x < 12$ ;

б)  $(\log_{0,5} x)^2 + 3 \log_{0,5} x - 4 \leq 0$ .

4\*. Докажите числовое равенство

$$(\sqrt{5})^{\log_5(\sqrt{2}-1)^2} + (\sqrt{3})^{\log_3(\sqrt{2}-2)^2} = 1.$$

5\*. Вычислите значение числового выражения

$$7^{\log_{27} 8} : 2^{\log_3 7}.$$

6\*. Решите уравнение  $5 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{x-1} - 9 \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^x + 3 = 0$ .

7\*. Проехав за 2 ч две трети расстояния между городами *A* и *B*, водитель уменьшил скорость на 15 км/ч, поэтому остаток пути он проехал за 1 ч 20 мин. Определите расстояние между городами *A* и *B*.

**К-5**      *И вариант*

1. Вычислите:

а)  $\sqrt{3} \sin 60^\circ + \cos 60^\circ \sin 30^\circ - \operatorname{tg} 45^\circ \operatorname{ctg} 135^\circ + \operatorname{ctg} 90^\circ$ ;

б)  $\cos \frac{\pi}{6} - \sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4} + \sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{\pi}{3}$ .

2. Упростите выражение:

а)  $\frac{(1 - \cos \alpha)(1 + \cos \alpha)}{\sin \alpha}$ ,  $\alpha \neq \pi n$ ,  $n \in \mathbf{Z}$ ;

б)  $\sin(2\pi + \alpha) + \cos(\pi + \alpha) + \sin(-\alpha) + \cos(-\alpha)$ .

3. Вычислите:

а)  $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 2 \sin \alpha \cos \alpha$ ;

б)  $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha$ , если  $\sin \alpha \cos \alpha = 0,4$ .

4. Найдите все такие углы  $\alpha$ , для каждого из которых выполняется равенство:

а)  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;                      б)  $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ ;

в)  $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{3}$ ;                      г)  $\operatorname{ctg} \alpha = -1$ .

5\*. Вычислите:

а)  $\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha$ , если  $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = 3$ ;

б)  $\frac{3 \sin \alpha - 4 \cos \alpha}{5 \sin \alpha + 6 \cos \alpha}$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = -3$ .

6\*. Вычислите  $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} - \arccos 0 + \frac{\operatorname{arctg} \sqrt{3}}{\operatorname{arcctg} \frac{\sqrt{3}}{3}}$ .

7\*. В прошлом году в городской думе заседали 50 депутатов от двух партий и 5 независимых депутатов. После выборов в этом году общее число депутатов не изменилось, но число депутатов первой партии увеличилось на 10%, число депутатов второй партии уменьшилось на 10%, число независимых депутатов увеличилось на 1. Сколько депутатов от каждой из этих партий избрано в городскую думу в этом году?



## **К-5**      **II вариант**

1. Вычислите:

а)  $\sqrt{2} \sin 45^\circ - \cos 30^\circ \sin 60^\circ + \operatorname{ctg} 45^\circ \operatorname{tg} 135^\circ - \operatorname{tg} 0^\circ$ ;

б)  $\sin \frac{\pi}{3} + \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} - \sqrt{3} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6}$ .

2. Упростите выражение:

а)  $\frac{(1 - \sin \alpha)(1 + \sin \alpha)}{\cos \alpha}$ ,  $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi n$ ,  $n \in \mathbf{Z}$ ;

б)  $\sin(\pi + \alpha) + \cos(2\pi + \alpha) - \sin(-\alpha) - \cos(-\alpha)$ .

3. Вычислите:

а)  $(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 + 2 \sin \alpha \cos \alpha$ ;

б)  $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha$ , если  $\sin \alpha \cos \alpha = 0,2$ .

4. Найдите все такие углы  $\alpha$ , для каждого из которых выполняется равенство:

а)  $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ ;      б)  $\cos \alpha = \frac{1}{2}$ ;

в)  $\operatorname{tg} \alpha = -\sqrt{3}$ ;      г)  $\operatorname{ctg} \alpha = 1$ .

5\*. Вычислите:

а)  $\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha$ , если  $\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha = -3$ ;

б)  $\frac{6 \sin \alpha + 5 \cos \alpha}{4 \sin \alpha - 3 \cos \alpha}$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = 3$ .

6\*. Вычислите  $\arcsin 0 - \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3}}{\operatorname{arcctg} \sqrt{3}}$ .

7\*. В пансионате в прошлом году отдыхали 700 мужчин и женщин и 100 детей. В этом году число мужчин уменьшилось на 10 %, а число женщин увеличилось на 10%, число детей увеличилось на 10. В результате общее число отдыхающих не изменилось. Сколько мужчин и сколько женщин отдыхало в пансионате в этом году?

**К-6**      **И вариант**

1. Упростите выражение:

а)  $\cos(\alpha + \beta) + 2 \sin \alpha \sin \beta$ , если  $\alpha - \beta = \pi$ ;

б)  $\sin^2 \alpha + \frac{\sin(\pi - \alpha) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{\operatorname{tg}(\pi + \alpha) \operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)}$ ,  $\alpha \neq \frac{\pi n}{2}$ ,  $n \in \mathbf{Z}$ .

2. Вычислите  $\sin 2004^\circ \cos 1974^\circ - \sin 1974^\circ \cos 2004^\circ$ .

3. Известно, что  $\sin \alpha = 0,8$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .

Вычислите: а)  $\cos \alpha$ ; б)  $\sin 2\alpha$ ; в)  $\cos 2\alpha$ .

4. Постройте график функции

$$y = \cos 7x \cos 6x + \sin 7x \sin 6x.$$

5\*. Вычислите  $\cos 5^\circ - 2 \sin 25^\circ \sin 20^\circ$ .

6\*. Докажите справедливость равенства

$$\cos 44^\circ \cos 16^\circ - \cos 59^\circ \cos 31^\circ = \frac{1}{4}.$$

7\*. Пешеход вышел из города  $A$  в город  $B$ . Через час после этого навстречу ему выехал велосипедист из города  $B$  в город  $A$ . Через 2 ч после своего выезда велосипедист встретился с пешеходом, а через 1 ч после встречи прибыл в город  $A$ . Сколько времени был в пути пешеход?

## **К-6**      *II вариант*

1. Упростите выражение:

а)  $\sin(\alpha - \beta) + 2 \sin \beta \cos \alpha$ , если  $\alpha + \beta = \pi$ ;

б)  $\cos^2 \alpha + \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cos(\pi - \alpha)}{\operatorname{ctg}(\pi - \alpha) \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)}$ ,  $\alpha \neq \frac{\pi n}{2}$ ,  $n \in \mathbf{Z}$ .

2. Вычислите  $\cos 2005^\circ \cos 1960^\circ + \sin 1960^\circ \sin 2005^\circ$ .

3. Известно, что  $\cos \alpha = -0,6$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .

Вычислите: а)  $\sin \alpha$ ; б)  $\sin 2\alpha$ ; в)  $\cos 2\alpha$ .

4. Постройте график функции

$$y = \sin 7x \cos 6x - \sin 6x \cos 7x.$$

5\*. Вычислите  $\sin 10^\circ + 2 \sin 25^\circ \cos 35^\circ$ .

6\*. Докажите справедливость равенства

$$\sin 51^\circ \cos 39^\circ - \sin 21^\circ \cos 9^\circ = \frac{1}{4}.$$

7\*. Велосипедист выехал из города  $A$  в город  $B$ . Через час после этого навстречу ему выехал мотоциклист из города  $B$  в город  $A$ . Через час после своего выезда мотоциклист встретился с велосипедистом, а через  $0,5$  ч после встречи прибыл в город  $A$ . Сколько времени был в пути велосипедист?

**К-7**      *И вариант*

Решите уравнение (1—5).

1. а)  $\cos x = -1$ ;      б)  $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ;      в)  $\operatorname{ctg} x = -\sqrt{3}$ .

2. а)  $\sin^2 x + \sin x - 2 = 0$ ;      б)  $3 \sin^2 x - \cos x + 1 = 0$ .

3. а)  $\sin x - \cos x = 0$ ;  
б)  $3 \sin^2 x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x + \cos^2 x = 0$ .

4\*. а)  $\sin x = -0,5$ ;      б)  $\cos x = \frac{1}{3}$ ;      в)  $\operatorname{tg} x = -3$ .

5\*. а)  $\sin x + \cos x = 1$ ;      б)  $2 \cos^2 x + \sin 4x = 1$ .

6\*. Решите неравенство:

а)  $\sin x < 0,5$ ;      б)  $\cos x > 0,5$ ;      в)  $\operatorname{tg} x \leq -3$ .

7\*. Из города  $A$  в город  $B$  вышел пешеход. Через 3 ч после его выхода из города  $A$  в город  $B$  выехал велосипедист, а еще через час вслед за ним выехал мотоциклист. Все участники двигались равномерно и в какой-то момент времени оказались в одной точке маршрута. Мотоциклист прибыл в город  $B$  на 2 ч раньше велосипедиста. Через сколько часов после велосипедиста пешеход пришел в город  $B$ ?

## **К-7**      *II вариант*

Решите уравнение (1—5).

1. а)  $\sin x = -1$ ;      б)  $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ;      в)  $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$ .

2. а)  $\cos^2 x - \cos x - 2 = 0$ ;      б)  $3 \cos^2 x - 2 \sin x + 2 = 0$ .

3. а)  $\sin x + \cos x = 0$ ;  
б)  $3 \sin^2 x - 2\sqrt{3} \sin x \cos x + \cos^2 x = 0$ .

4\*. а)  $\cos x = -0,5$ ;      б)  $\sin x = \frac{1}{4}$ ;      в)  $\operatorname{tg} x = 2$ .

5\*. а)  $\sin x - \cos x = 1$ ;      б)  $2 \cos^2 x - \sin 4x = 1$ .

6\*. Решите неравенство:

а)  $\sin x > 0,5$ ;      б)  $\cos x < 0,5$ ;      в)  $\operatorname{tg} x \geq -3$ .

7\*. Из города  $A$  в город  $B$  вышел пешеход. Через 3 ч после его выхода из города  $A$  в город  $B$  выехал велосипедист, а еще через 2 ч вслед за ним выехал мотоциклист. Все участники двигались равномерно и в какой-то момент времени оказались в одной точке маршрута. Велосипедист прибыл в город  $B$  на 1 ч раньше пешехода. Через сколько часов после мотоциклиста велосипедист приехал в город  $B$ ?

*Ответы к контрольным работам:*

**К-1. I вар.** 1. 5. 2. -12. 3. а)  $(-\infty; -2) \cup (2; 3)$ ; б)  $(-\infty; -2) \cup \{5\} \cup (6; +\infty)$ . 4. а)  $\frac{2}{n+3}$ ; б) 1. 6. -2; 2. 7. 37. **II вар.** 1. 4. 2. -11.

3. а)  $(-\infty; -3) \cup (2; 4)$ ; б)  $(-\infty; -2) \cup \{4\} \cup (5; +\infty)$ . 4. а)  $\frac{2}{n(n-2)}$ ; б)  $\frac{2}{3}$ . 6. -3; 3. 7. 92. **III вар.** 1.  $\frac{1}{3}$ . 2. -14. 3. а)  $(-\infty; -3) \cup (-1; 2)$ ;

**К-2. I вар.** 1. а) Да; б) нет; в) да; г) нет. 2. а)  $\frac{3\sqrt[3]{25}}{5}$ ; б)  $\sqrt[3]{25} - \sqrt[3]{5} + 1$ ; в)  $\sqrt[3]{4} - 1$ . 3. а) 25; б) 1000. 4.  $a-b$ . 5. 0. 6. 2. 7. 15 мин. **II вар.** 1. а) Нет; б) да; в) да; г) нет. 2. а)  $\frac{5\sqrt[3]{9}}{3}$ ; б)  $2 + \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2}$ ; в)  $\sqrt[3]{5} + 1$ . 3. а) 25; б) 1000. 4.  $x-y$ . 5. 0. 6. 3. 7. 45 мин. **III вар.** 1. а) Да; б) да; в) нет;

- К-3.** I вар. 1.  $\frac{1}{9}$ . 2.  $\frac{9}{4}$ . 4.  $-\frac{2}{3}$ . 5. 0,027. 6. а)  $\frac{5}{3}$ ; б) 0; в) 0; г)  $-\infty$ .  
 7. В 1,5 раза. II вар. 1.  $\frac{9}{16}$ . 2.  $\frac{8}{9}$ . 4. 1,5. 5.  $\frac{27}{8}$ . 6. а)  $\frac{4}{5}$ ; б)  $+\infty$ ; в) 0; г)  $-\infty$ . 7. В 3 раза. III вар. 1.  $\frac{1}{4}$ . 2.  $\frac{1}{4}$ . 4.  $-\frac{4}{9}$ . 5. 1. 6. а)  $-\frac{4}{3}$ ; б)  $-\infty$ ; в) 0;
- К-4.** I вар. 1. а) 4; б) 4. 2. а) 0; б) 27. 3. а)  $(-\infty; 2)$ ; б)  $\left[\frac{1}{16}; 2\right]$ . 5. 1. 6. 0. 7. 80 км. II вар. 1. а) 6; б) 4. 2. а) 0; 1; б) 4. 3. а)  $(-\infty; 1)$ ; б)  $\left[\frac{1}{2}; 16\right]$ . 5. 1. 6. 0. 7. 180 км. III вар. 1. а) 3; б) 2. 2. а) 1; 2; б) 4.
- К-5.** I вар. 1. а)  $\frac{11}{4}$ ; б)  $2 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ . 2. а)  $\sin \alpha$ ; б) 0. 3. а) 1; б) 2,5. 4. а)  $\frac{\pi}{3} + 2\pi n, \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$ ; б)  $\pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$ ; в)  $\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbf{Z}$ ; г)  $-\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbf{Z}$ . 5. а) 7; б)  $\frac{13}{9}$ . 6.  $1 - \frac{\pi}{4}$ . 7. 22 и 27 депутатов.  
 II вар. 1. а)  $-\frac{3}{4}$ ; б)  $\frac{\sqrt{3}}{2} - 2$ . 2. а)  $\cos \alpha$ ; б) 0. 3. а) 1; б) 5. 4. а)  $-\frac{\pi}{4} + 2\pi n, -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$ ; б)  $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$ ; в)  $-\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbf{Z}$ ; г)  $\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbf{Z}$ . 5. а) 11; б)  $\frac{23}{9}$ . 6.  $-1 - \frac{\pi}{4}$ . 7. 360 мужчин и 330 женщин.
- К-6.** I вар. 1. а) -1; б) 1. 2. 0,5. 3. а) -0,6; б) -0,96; в) -0,28. 5.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ . 7. 9 ч. II вар. 1. а) 0; б) 1. 2.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ . 3. а) 0,8; б) -0,96; в) -0,28. 5.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ . 7. 6 ч. III вар. 1. а) -1; б) 1. 2. 3. 3. а)  $-\frac{12}{13}$ ; б)  $\frac{120}{169}$ ; в)  $-\frac{119}{169}$ .
- К-7.** I вар. 1. а)  $\pi + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$ ; б)  $\frac{\pi}{4} + 2\pi n, \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$ ; в)  $\frac{5\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbf{Z}$ . 2. а)  $\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$ ; б)  $2\pi n, n \in \mathbf{Z}$ . 3. а)  $\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbf{Z}$ ; б)  $-\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbf{Z}$ . 4. а)  $-\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$ ;  $-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$ ; б)  $\pm \arccos \frac{1}{3} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$ ; в)  $\arctg(-3) + \pi n, n \in \mathbf{Z}$ . 5. а)  $2\pi n, \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$ ; б)  $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, -\frac{\pi}{12} + \pi n, -\frac{5\pi}{12} + \pi n, n \in \mathbf{Z}$ . 6. а)  $\left(\frac{5\pi}{6} + 2\pi n; \frac{13\pi}{6} + 2\pi n\right), n \in \mathbf{Z}$ ; б)  $\left(-\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{\pi}{3} + 2\pi n\right), n \in \mathbf{Z}$ ; в)  $\left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \arctg(-3) + \pi n\right), n \in \mathbf{Z}$ . 7. Через 6 ч. II вар. 1. а)  $-\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$ ; б)  $\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$ ;

в)  $-\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbf{Z}$ . 2. а)  $\pi + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$ ; б)  $\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$ . 3. а)  $-\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbf{Z}$ ; б)  $\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbf{Z}$ . 4. а)  $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$ ; б)  $(-1)^n \arcsin \frac{1}{4} + \pi n, n \in \mathbf{Z}$ ; в)  $\operatorname{arctg} 2 + \pi n, n \in \mathbf{Z}$ . 5. а)  $\pi + 2\pi n, \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$ ; б)  $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, \frac{\pi}{12} + \pi n, \frac{5\pi}{12} + \pi n, n \in \mathbf{Z}$ . 6. а)  $\left( \frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n \right), n \in \mathbf{Z}$ ; б)  $\left( \frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{5\pi}{3} + 2\pi n \right), n \in \mathbf{Z}$ ; в)  $\left[ \operatorname{arctg}(-3) + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n \right), n \in \mathbf{Z}$ . 7. Через  $\frac{2}{3}$  ч.

Критерии оценивания контрольных работ:

Оценка "5" ставится, если ученик:

- выполнил работу без ошибок и недочетов в требуемом на «отлично» объеме;
- допустил не более одного недочета в требуемом на «отлично» объеме;

Оценка "4" ставится, если ученик выполнил работу полностью, но допустил в ней:

- не более одной негрубой ошибки и одного недочета в требуемом на «отлично» объеме;
- или не более трех недочетов в требуемом на «отлично» объеме.

Оценка "3" ставится, если ученик правильно выполнил не менее половины работы или допустил:

- не более двух грубых ошибок в требуемом на «отлично» объеме;
- или не более одной грубой и одной негрубой ошибки и одного недочета;
- или не более двух-трех негрубых ошибок;
- или одной негрубой ошибки и трех недочетов;
- или при отсутствии ошибок, но при наличии четырех-пяти недочетов.

Оценка "2" ставится, если ученик:

- допустил число ошибок и недочетов превосходящее норму, при которой может быть выставлена оценка "3";
- или если правильно выполнил менее половины работы.

## Контрольно-измерительные материалы

Тексты контрольных работ по геометрии для 11 класса являются примерными и носят ознакомительный характер.

Контрольная работа № 1.

### Вариант I

1. Найдите координаты вектора  $\overline{AB}$ , если  $A(5; -1; 3)$ ,  $B(2; -2; 4)$ .
2. Даны векторы  $\vec{b} \{3; 1; -2\}$  и  $\vec{c} \{1; 4; -3\}$ . Найдите  $|2\vec{b} - \vec{c}|$ .
3. Изобразить систему координат  $Oxyz$  и построить точку  $A(1; -2; -4)$ . Найдите расстояние от этой точки до координатных плоскостей.

### Вариант II

1. Найдите координаты вектора  $\overline{CD}$ , если  $C(6; 3; -2)$ ,  $D(2; 4; -5)$ .
2. Даны векторы  $\vec{a} \{5; -1; 2\}$  и  $\vec{b} \{3; 2; -4\}$ . Найдите:  $|\vec{a} - 2\vec{b}|$ .
3. Изобразить систему координат  $oxyz$  и построить точку  $B(-2; -3; 4)$ . Найдите расстояние от этой точки до координатных плоскостей.

Контрольная работа № 2.

### Вариант I

1. Даны векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , причем  $\vec{a} = 6\vec{i} - 8\vec{k}$ ,  $|\vec{b}| = 1$ ,  $(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$ . Найдите:  
а)  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ; б) значение  $m$ , при котором векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{c}(4; 1; m)$  перпендикулярны.
2. Найдите угол между прямыми  $AB$  и  $CD$ , или  $A(3; -1; 3)$ ,  $B(3; -2; 2)$ ,  $C(2; 2; 3)$  и  $D(1; 2; 2)$ .
3. Дан правильный тетраэдр  $DABC$  с ребром  $a$ . При симметрии относительно плоскости  $ABC$  точка  $D$  перешла в точку  $D_1$ . Найдите  $DD_1$ .

### Вариант II

1. Даны векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , причем  $\vec{a} = 4\vec{j} - 3\vec{k}$ ,  $|\vec{b}| = \sqrt{2}$ ,  $(\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ$ . Найдите:  
а)  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ; б) значение  $m$ , при котором векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{c}(2, m, 8)$  перпендикулярны.
2. Найдите угол между прямыми  $AB$  и  $CD$ , если  $A(1, 1, 2)$ ,  $B(0, 1, 1)$ ,  $C(2, -2, 2)$  и  $D(2, -3, 1)$ .
3. Дан правильный тетраэдр  $DABC$  с ребром  $a$ . При симметрии относительно точки  $D$  плоскость  $ABC$  перешла в плоскость  $A_1B_1C_1$ . Найдите расстояние между этими плоскостями.



### Контрольная работа № 3.

#### Вариант 1

1. Осевое сечение цилиндра — квадрат, площадь основания цилиндра равна  $16\pi$  см<sup>2</sup>. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

2. Высота конуса равна 6 см, угол при вершине осевого сечения равен  $120^\circ$ . Найдите: а) площадь сечения конуса плоскостью, проходящей через две образующие, угол между которыми равен  $30^\circ$ ; б) площадь боковой поверхности конуса.

3. Диаметр шара равен  $2m$ . Через конец диаметра проведена плоскость под углом  $45^\circ$  к нему. Найдите длину линии пересечения сферы этой плоскостью.

#### Вариант 2

1. Осевое сечение цилиндра — квадрат с диагональю, равной 4 см. Найдите площадь полной поверхности.

2. Радиус основания конуса равен 6 см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . Найдите: а) площадь сечения конуса плоскостью, проходящей через две образующие, угол между которыми равен  $60^\circ$ ; б) площадь боковой поверхности конуса.

3. Диаметр шара равен  $4m$ . Через конец диаметра проведена плоскость под углом  $30^\circ$  к нему. Найдите площадь сечения шара этой плоскостью.

### Контрольная работа № 4.

#### Вариант 1

1. Диаметр шара равен высоте конуса, образующая которого составляет с плоскостью основания угол  $60^\circ$ . Найдите отношение объёмов конуса и шара.

2. Объём цилиндра равен  $96\pi$  см<sup>3</sup>, площадь его осевого сечения —  $48$  см<sup>2</sup>. Найдите площадь сферы, описанной около цилиндра.

#### Вариант 2

1. В конус, осевое сечение которого есть правильный треугольник, вписан шар. Найдите отношение площади сферы к площади боковой поверхности конуса.

2. Диаметр шара равен высоте цилиндра, осевое сечение которого есть квадрат. Найдите отношение объёмов шара и цилиндра.

Ответы:

<b>К—1</b>	<b>В—1</b>	1. $50 + 25\pi \text{ см}^2$ . 2. а) $72\sqrt{3}\pi \text{ см}^2$ ; б) $36 \text{ см}^2$ . 3. $\sqrt{2}\pi m^2$ .
	<b>В—2</b>	1. $30 \text{ см}^2$ . 2. а) $24\sqrt{3}\pi \text{ см}^2$ ; б) $12\sqrt{3} \text{ см}^2$ . 3. $100\pi \text{ см}^2$ .
	<b>В—3</b>	1. $32 \text{ см}^2$ . 2. $16\pi \text{ см}^2$ . 3. $-676\pi \text{ см}^2$ .
	<b>В—4</b>	1. $256\pi \text{ см}^2$ . 2. $\pi a^2 \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \text{ см}^2$ . 3. $25\pi \text{ дм}^2$ .
<b>К—2</b>	<b>В—1</b>	1. $\frac{256\sqrt{2}}{3} \text{ см}^3$ . 2. 34 см, 20 см, 18 см.
	<b>В—2</b>	1. $\frac{1000\sqrt{2}}{3} \text{ см}^3$ . 2. $120 \text{ см}^3$ .
	<b>В—3</b>	1. $20\frac{1}{4} \text{ см}^3$ . 2. $2a \operatorname{tg} \alpha$ ; $3\sqrt{3} a^3 \operatorname{tg} \alpha$ .
	<b>В—4</b>	1. $24 \text{ см}^3$ . 2. $480 \text{ см}^3$ .
<b>К—3</b>	<b>В—1</b>	1. $9\pi \text{ м}^3$ . 2. $112,5\pi \text{ см}^2$ или $450\pi \text{ см}^2$ . 3. 14 см.
	<b>В—2</b>	1. $\frac{C^2}{24} \sqrt{4\pi^2 l^2 - C^2}$ . 2. 5 : 16. 3. $\frac{\pi^2}{3} (R^3 - r^3)$ .

К-4	В-1	1. 2 : 3. 2. $V_n = 1,5; V_k = \frac{\sqrt{3}\pi}{4}$ . 3. $3\pi R^3$ .
	В-2	1. 2 : 3. 2. $16\pi a^3$ . 3. $4\pi b^2$ .
	В-3	1. $100\pi \text{ см}^3$ . 2. $V_n = 9\sqrt{3}; V_{\text{ш}} = \frac{4}{3}\pi$ . 3. $0,375\pi R^3$ .
	В-4	1. 2 : 3. 2. $V_{\text{ш}} = 12; V_n = 6\pi$ . 3. $\frac{1}{3}\pi a^2$ .
К-5	В-1	1. $\frac{1}{2}(\frac{1}{2}\vec{n} - \vec{m})$ . 2. $\frac{1}{4}\vec{a} - \vec{b} + \frac{1}{4}\vec{c}$ .
	В-2	1. $\frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b})$ . 2. $\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$ .

К-6	В-1	1. $\vec{p}\{1; 4; -4\}$ . 2. $\frac{\pi}{6}$ . 3. $\cos\varphi = \frac{3}{\sqrt{10}}$ .
	В-2	1. 6. 2. $\frac{\pi}{6}$ . 3. $\frac{\sqrt{57}}{2}$ .
	В-3	1. $\vec{p}\{1; 1; 0; 0; 1\}$ .

## Контрольно-измерительные материалы

Тексты контрольных работ по алгебре и началам математического анализа для 11 класса являются примерными и носят ознакомительный характер. Задания взяты из сборника: Потапов, Шевкин; Дидактические материалы. 11 класс; М. Просвещение, 2017

Контрольная работа № 1.

### **К-1**      *I вариант*

1. Функция  $y=f(x)$  задана графиком (рис. 60). Укажите для этой функции: а) область определения; б) нули; в) промежутки знакопостоянства; г) промежутки возрастания (убывания); д) наибольшее и наименьшее значения функции; е) область изменения.

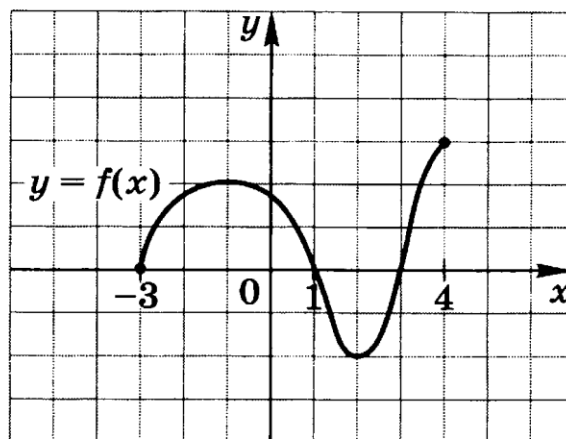


Рис. 60

2. Найдите область определения функции  $y = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x+1}$ .
3. Постройте график функции  $y = (x-2)^2 - 1$ . Укажите для этой функции: а) область определения; б) нули; в) промежутки знакопостоянства; г) промежутки возрастания (убывания); д) область изменения.
4. Докажите, что функция  $f(x)$  четная, если:  
а)  $f(x) = 7 \cos 4x + 3x^2$ ; б)  $f(x) = \frac{x^2 - x}{x + 2} - \frac{x^2 + x}{x - 2}$ .

## К-1 II вариант

1. Функция  $y=f(x)$  задана графиком (рис. 61). Укажите для этой функции: а) область определения; б) нули; в) промежутки знакопостоянства; г) промежутки возрастания (убывания); д) наибольшее и наименьшее значения функции; е) область изменения.

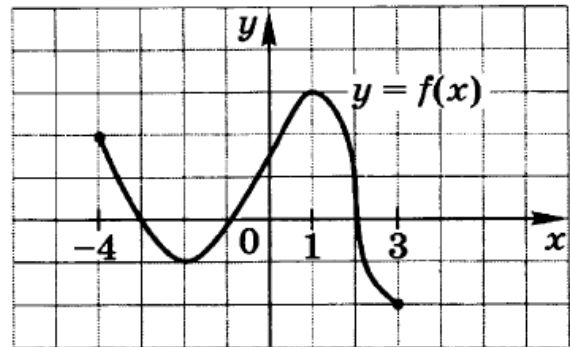


Рис. 61

2. Найдите область определения функции

$$y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x-1}.$$

3. Постройте график функции  $y=(x-4)^2-1$ . Укажите для этой функции: а) область определения; б) нули; в) промежутки знакопостоянства; г) промежутки возрастания (убывания); д) область изменения.

4. Докажите, что функция  $f(x)$  нечетная, если:

а)  $f(x) = 8 \sin 3x - 2x^5$ ; б)  $f(x) = \frac{x-1}{x+2} - \frac{x+1}{x-2}$ .

## К-2 I вариант

1. Найдите  $f'(x)$  и  $f'(x_0)$ , если:  
а)  $f(x) = 3x^5 - 12x^2 + 6x + 2$ ,  $x_0 = 1$ ; б)  $f(x) = x \sin x$ ,  $x_0 = \frac{\pi}{2}$ .
2. Найдите  $f'(x)$ , если:  
а)  $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$ ; б)  $f(x) = 5\sqrt[5]{x^3}$ ; в)  $f(x) = 5^x$ ; г)  $f(x) = \sqrt{2x-1}$ .
3. Вычислите значение производной функции  $y = \operatorname{tg} 4x$  в точке  $x_0 = -\frac{\pi}{4}$ .
4. Найдите все значения  $x$ , при каждом из которых производная функции  $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 11$  равна нулю.

## **К-2**      II вариант

1. Найдите  $f'(x)$  и  $f'(x_0)$ , если:  
а)  $f(x) = -6x^4 + 5x^3 + 3x^2 + 3$ ,  $x_0 = 1$ ; б)  $f(x) = x \cos x$ ,  $x_0 = \frac{\pi}{2}$ .
2. Найдите  $f'(x)$ , если:  
а)  $f(x) = \frac{2x-3}{x+1}$ ; б)  $f(x) = 7\sqrt[7]{x^3}$ ; в)  $f(x) = \log_5 x$ ;  
г)  $f(x) = \sqrt{4x-2}$ .
3. Вычислите значение производной функции  $y = \operatorname{ctg} 3x$  в точке  $x_0 = \frac{\pi}{2}$ .
4. Найдите все значения  $x$ , при каждом из которых производная функции  $y = x^3 + 3x^2 - 9x - 13$  равна нулю.

## **К-3**      I вариант

1. Дана функция  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$ . Найдите:  
а) промежутки возрастания и убывания функции;  
б) наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке  $[-1; 2]$ .
2. Напишите уравнение касательной к графику функции  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 2$  в точке с абсциссой  $x_0 = 1$ .
3. Исследуйте функцию  $f(x) = x^3 - 3x$  и постройте ее график.
4. Число 72 представьте в виде суммы трех положительных чисел так, чтобы два из них были равны между собой, а сумма квадратов этих трех чисел была наименьшей.

### **К-3**      II вариант

1. Дана функция  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ . Найдите:
  - а) промежутки возрастания и убывания функции;
  - б) наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке  $[-2; 1]$ .
2. Напишите уравнение касательной к графику функции  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 4$  в точке с абсциссой  $x_0 = 1$ .
3. Исследуйте функцию  $f(x) = x^4 - 2x^2$  и постройте ее график.
4. Число 78 представьте в виде суммы трех положительных чисел так, чтобы два из них были пропорциональны числам 1 и 3, а сумма квадратов этих трех чисел была наименьшей.

### **К-4**      I вариант

1. Докажите, что функция  $F(x)$  является первообразной для функции  $f(x)$ , если:
  - а)  $F(x) = x^3 - 5x^2 + 7x - 11$  и  $f(x) = 3x^2 - 10x + 7$ ,  $x \in \mathbf{R}$ ;
  - б)  $F(x) = 2x^5 + e^x$  и  $f(x) = 10x^4 + e^x$ ,  $x \in \mathbf{R}$ .
2. Найдите первообразную для функции:
  - а)  $f(x) = \frac{1}{x^2} - 2 \sin x$ ,  $x \neq 0$ ; б)  $f(x) = \frac{1}{x}$ ,  $x > 0$ .
3. Найдите ту первообразную  $F(x)$  для функции  $f(x) = 4x^3 - 8x$ , график которой проходит через точку  $A(1; 3)$ .
4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2$  и  $y = 4$ .

## **К-4**      II вариант

- Докажите, что функция  $F(x)$  является первообразной для функции  $f(x)$ , если:
  - $F(x) = x^3 + 4x^2 - 5x + 7$  и  $f(x) = 3x^2 + 8x - 5$ ,  $x \in \mathbf{R}$ ;
  - $F(x) = 3x^4 - \ln x$  и  $f(x) = 12x^3 - \frac{1}{x}$ ,  $x > 0$ .
- Найдите первообразную для функции:
  - $f(x) = \frac{2}{x^3} + \cos x$ ,  $x \neq 0$ ;
  - $f(x) = 3e^x$ ,  $x \in \mathbf{R}$ .
- Найдите ту первообразную  $F(x)$  для функции  $f(x) = 3x^2 + 4x$ , график которой проходит через точку  $A(1; 5)$ .
- Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2$  и  $y = 9$ .

## **К-5**      I вариант

1. Решите уравнение  $\sqrt[3]{x^3 - x^2 + 1} = \sqrt[3]{2x^2 - 2x + 1}$ .

Решите неравенство (2—3):

2.  $(x^2 + 3^x + 3)^5 > (x^2 + 9^x - 3^x)^5$ .      3.  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+2} > \left(\frac{1}{2}\right)^{3x}$ .

Решите уравнение (4—7):

4.  $\sqrt{x-5} = x-7$ .      5.  $\log_5(x+1) + \log_5(x-3) = 1$ .

## **К-5**      II вариант

1. Решите уравнение  $\sqrt[5]{x^3 + 4x^2 - 2} = \sqrt[5]{x^2 + 4x - 2}$ .

Решите неравенство (2—3):

2.  $(x^3 + 2 \cdot 2^x + 2)^3 > (x^3 + 4^x + 2^x)^3$ .      3.  $8^{x^2+7} > 8^{3x+5}$ .

Решите уравнение (4—7):

4.  $\sqrt{x+3} = x-3$ .      5.  $\log_6(x+3) + \log_6(x-2) = 1$ .



## Ответы

**К-1. I вар. 1.** а)  $[-3; 4]$ ; б)  $-3; 1; 3$ ; в)  $f(x) > 0$  при  $x \in (-3; 1) \cup (3; 4]$ ;  $f(x) < 0$  при  $x \in (1; 3)$ ; г)  $f(x)$  возрастает на промежутках  $[-3; -1]$  и  $[2; 4]$ , убывает на промежутке  $[-1; 2]$ ; д)  $3; -2$ ; е)  $[-2; 3]$ . **2.**  $[-3; -1) \cup (-1; 3]$ . **3.** а)  $\mathbf{R}$ ; б)  $1, 3$ ; в)  $f(x) > 0$  при  $x \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$ ;  $f(x) < 0$  при  $x \in (1; 3)$ ; г)  $f(x)$  возрастает на промежутке  $[2; +\infty)$ , убывает на промежутке  $(-\infty; 2]$ ; д)  $[-1; +\infty)$ . **5.** а)  $(-\infty; -2] \cup [2; 5)$ ; б)  $(-\infty; -\frac{1}{3}] \cup [\frac{1}{3}; +\infty)$ . **7.** а)  $\mathbf{R}$ ; б)  $-4, 4$ ; в)  $f(x) > 0$  при  $x \in (-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$ ;  $f(x) < 0$  при  $x \in (-4; 4)$ ; г)  $f(x)$  возрастает на промежутке  $[0; +\infty)$ , убывает на промежутке  $(-\infty; 0]$ ; д)  $[-2; +\infty)$ . **II вар. 1.** а)  $[-4; 3]$ ; б)  $-3; -1; 2$ ; в)  $f(x) > 0$  при  $x \in [-4; -3) \cup (-1; 2)$ ;  $f(x) < 0$  при  $x \in (-3; -1) \cup (2; 3)$ ; г)  $f(x)$  возрастает на промежутке  $[-2; 1]$ , убывает на промежутках  $[-4; -2]$  и  $[1; 3]$ ; д)  $3; -2$ ; е)  $[-2; 3]$ . **2.**  $[-2; 1) \cup (1; 2]$ . **3.** а)  $\mathbf{R}$ ; б)  $3, 5$ ; в)  $f(x) > 0$  при  $x \in (-\infty; 3) \cup (5; +\infty)$ ;  $f(x) < 0$  при  $x \in (3; 5)$ ; г)  $f(x)$  возрастает на промежутке  $[4; +\infty)$ , убывает на промежутке  $(-\infty; 4]$ ; д)  $[-1; +\infty)$ . **5.** а)  $(-\infty; -1) \cup (1; 3)$ ; б)  $[-\frac{1}{2}; 0) \cup (0; \frac{1}{2}]$ . **7.** а)  $\mathbf{R}$ ; б)  $-1; 1$ ; в)  $f(x) > 0$  при  $x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ ;  $f(x) < 0$  при  $x \in (-1; 1)$ ; г)  $f(x)$  возрастает на промежутке  $[0; +\infty)$ , убывает на промежутке  $(-\infty; 0]$ ; д)  $[-1; +\infty)$ . **III вар. 1.** а)  $[-3; 6]$ ; б)  $-3; 1; 3$ ;

**К-2. I вар. 1.** а)  $f'(x) = 15x^4 - 24x + 6$ ;  $f'(1) = -3$ ; б)  $f'(x) = \sin x + x \cos x$ ;  $f'(\frac{\pi}{2}) = 1$ . **2.** а)  $\frac{-7}{(x-3)^2}$ ; б)  $\frac{3}{\sqrt[5]{x^2}}$ ; в)  $5^x \ln 5$ ; г)  $\frac{1}{\sqrt{2x-1}}$ . **3.**  $4$ . **4.**  $1$ ; **3.** **5.** а)  $-\frac{2}{\sqrt[3]{x^4}} + 4\sqrt[3]{x}$ ; б)  $\frac{2}{3+2x}$ ; в)  $\frac{2x^2+3x+3}{\sqrt{x^2+2x+3}}$ . **6.**  $t=1$  с. **7.**  $-\frac{1}{2} \operatorname{tg} x$ . **II вар. 1.** а)  $f'(x) = -24x^3 + 15x^2 + 6x$ ;  $f'(1) = -3$ ; б)  $f'(x) = \cos x - x \sin x$ ;  $f'(\frac{\pi}{2}) = -\frac{\pi}{2}$ . **2.** а)  $\frac{5}{(x+1)^2}$ ; б)  $\frac{3}{\sqrt[7]{x^4}}$ ; в)  $\frac{1}{x \ln 5}$ ; г)  $\frac{2}{\sqrt{4x-2}}$ . **3.**  $-3$ . **4.**  $1$ ;  $-3$ . **5.** а)  $-\frac{1}{\sqrt[3]{x^4}} - 8\sqrt[3]{x}$ ; б)  $3e^{3x+2}$ ; в)  $\frac{4x^2-9x+8}{2\sqrt{x^2-3x+4}}$ . **6.**  $t=3$  с. **7.**  $\frac{\cos x \cdot e^{\sqrt{\sin x}}}{2\sqrt{\sin x}}$ .

**К-3. I вар.** 1. а)  $f(x)$  возрастает на промежутках  $(-\infty; -1]$  и  $[0; +\infty)$ , убывает на промежутке  $[-1; 0]$ ; б) 27 и -1. 2.  $y = 7x - 3$ . 4. 24, 24, 24. 5. а)  $[1; 5]$ ; б)  $f(x)$  возрастает на промежутке  $[1; 3]$ , убывает на промежутке  $[3; 5]$ ; в) 2; 0. 6.  $y = -x + 11$ . 7. График функции имеет выпуклость вверх на промежутках  $(\frac{\pi}{2} + \pi n; \pi + \pi n)$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ , выпуклость вниз на промежутках  $(\pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n)$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ .  
**II вар.** 1. а)  $f(x)$  возрастает на промежутках  $(-\infty; 0]$  и  $[2; +\infty)$ , убывает на промежутке  $[0; 2]$ ; б) 1 и -19. 2.  $y = -x + 5$ . 4. 12, 36, 30. 5. а)  $[1; 7]$ ; б)  $f(x)$  возрастает на промежутке  $[1; 4]$ ,

**К-4. I вар.** 2. а)  $F(x) = -\frac{1}{x} + 2 \cos x + C$ ; б)  $F(x) = \ln|x| + C$ .  
 3.  $F(x) = x^4 - 4x^2 + 6$ . 4.  $10 \frac{2}{3}$ . 5. а)  $\frac{2}{9} \sqrt{(3x+1)^3} + C$ ; б)  $\frac{1}{3} \operatorname{arctg}(3x) + C$ . 6. 9. 7. 2,5. **II вар.** 2. а)  $F(x) = -\frac{1}{x^2} + \sin x + C$ ; б)  $F(x) = -3e^x + C$ . 3.  $F(x) = x^3 + 2x^2 + 2$ . 4. 36. 5. а)  $\frac{1}{6} \sqrt{(4x+5)^3} + C$ ; б)  $\frac{1}{9} \arcsin(2x) + C$ . 6. 9. 7. 2,5. **III вар.** 2. а)  $F(x) = -\frac{1}{x^3} -$

**К-5. I вар.** 1. 0; 1; 2. 2.  $(-\infty; 1)$ . 3. (1; 2). 4. 9. 5. 4. 6. 3. 7.  $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ . **II вар.** 1. -4; 0; 1. 2.  $(-\infty; 1)$ . 3.  $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$ . 4. 6. 5. 3. 6. 1. 7.  $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ . **III вар.** 1. 0; 1; 6.

**К-6. I вар.** 1.  $\frac{15 + \sqrt{5}}{2}$ . 2. 2. 3. 6; 7. 4.  $\frac{1}{4} + n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ ,  $n \neq 0$ . 5.  $[\frac{2}{3}; 1] \cup [2; +\infty)$ . 6.  $[-3; 6)$ . 7. 6. **II вар.** 1.  $\frac{7 + \sqrt{21}}{2}$ . 2. 3. 3. 3; 8. 4.  $2n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ ,  $n \neq 1$ . 5.  $(9; +\infty)$ . 6.  $[-\frac{4}{3}; 4]$ . 7. 8. **III вар.** 1.  $\frac{9 + \sqrt{5}}{2}$ . 2. 4. 3. -3; 4. 4.  $\frac{1}{2} + n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ ,  $n \neq 0$ . 5.  $[-\frac{1}{3}; 0] \cup [1; +\infty)$ . 6.  $[-4; 5)$ . 7. 3. **IV вар.** 1.  $\frac{7 + \sqrt{29}}{2}$ . 2. -1. 3. -5; 3. 4.  $-\frac{1}{2} + 2n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ ,  $n \neq 0$ . 5.  $(7; +\infty)$ . 6.  $[-\frac{1}{3}; 5]$ . 7. 4.

**К-7. I вар.** 1. -4; 6. 2. (2; 3). 3.  $(0; 1] \cup (2; 6]$ . 4. (2,5; 1,5). 5. (2; 5);  $(-1; \sqrt{31})$ . 6. 3. 7. 1. **II вар.** 1. -3;  $-\frac{1}{3}$ . 2. (0; 1). 3.  $(0; 1] \cup (5; 7]$ . 4. (5; 4). 5.  $(-1; -\sqrt{19})$ ; (2; -5). 6. 4. 7. 2. **III вар.** 1. 3; 7. 2. (1; 2). 3.  $(0; 1] \cup (2; 3]$ . 4. (2,5; 1,5). 5.  $(3; -4\sqrt{2})$ ,  $(-2; -\sqrt{17})$ . 6. 5. 7. -1. **IV вар.** 1. 0; 9. 2.  $(-1; 0)$ . 3.  $(0; 1] \cup (3; 4]$ . 4. (2,5; -1,5). 5.  $(-1; \sqrt{15})$ , (2; 3). 6. 6. 7. -2.

### Критерии оценивания контрольных работ:

Оценка "5" ставится, если ученик:

- выполнил работу без ошибок и недочетов в требуемом на «отлично» объеме;
- допустил не более одного недочета в требуемом на «отлично» объеме;

Оценка "4" ставится, если ученик выполнил работу полностью, но допустил в ней:

- не более одной негрубой ошибки и одного недочета в требуемом на «отлично» объеме;
- или не более трех недочетов в требуемом на «отлично» объеме.

Оценка "3" ставится, если ученик правильно выполнил не менее половины работы или допустил:

- не более двух грубых ошибок в требуемом на «отлично» объеме;
- или не более одной грубой и одной негрубой ошибки и одного недочета;
- или не более двух-трех негрубых ошибок;
- или одной негрубой ошибки и трех недочетов;
- или при отсутствии ошибок, но при наличии четырех-пяти недочетов.

Оценка "2" ставится, если ученик:

- допустил число ошибок и недочетов превосходящее норму, при которой может быть выставлена оценка "3";
- или если правильно выполнил менее половины работы.